

Esercizi - Geometria analitica

Cecilia Rizzi

27 gennaio 2012

Rette

1. Determinare l'equazione cartesiana della retta parallela alla retta r di equazione $\begin{cases} x + 2y + 1 = 0 \\ x + z = 4 \end{cases}$ passante per il punto $A = (1, -1, 0)$.
2. Determinare l'equazione cartesiana della retta passante per i punti $A = (1, 0, 3)$ e $B = (2, -1, 2)$.
3. Determinare l'equazione cartesiana della retta perpendicolare alla retta r di equazione $\begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ x - y + z = 4 \end{cases}$ passante per il punto $B = (0, 1, -4)$.
4. Determinare la posizione reciproca nello spazio delle seguenti rette
 - (i) $r : \begin{cases} x = 2 - \lambda \\ y = \lambda - 1 \\ z = 1 + 2\lambda \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ z + 2y = 1 \end{cases}$;
 - (ii) $u : \begin{cases} x = -3\lambda \\ y = -\lambda + 2 \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$ e $v : \begin{cases} 3x + y - 5 = 0 \\ z = 3 \end{cases}$;
 - (iii) $p : \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = 2\lambda + 2 \\ z = 2 - \lambda \end{cases}$ e $q : \begin{cases} x = \mu \\ y + 2 + 2\mu = 0 \\ z = 1 + \mu \end{cases}$;
 - (iv) $m : \begin{cases} 3y - x = 6z \\ z = 1 \end{cases}$ e $n : \begin{cases} x - 3y + z - 1 = 0 \\ 6y - 2x - z = 1 \end{cases}$.
5. Calcolare la distanza fra la retta r di equazione $\begin{cases} x + y + 3 = 0 \\ x + y - z + 1 = 0 \end{cases}$ e il punto $A = (1, 0, 1)$.
6. Determinare, se esiste, nel fascio di rette $(k - 1)x - ky + k - 2 = 0$, con $k \in \mathbb{R}$, la retta
 - (i) parallela alla retta $y - x + 4 = 0$;
 - (ii) perpendicolare alla retta $2y - x = 0$.

Piani

7. Determinare l'equazione cartesiana del piano passante per $A = (2, 1, 0)$, $B = (0, 1, 2)$ e $C = (4, -1, 3)$.
8. Determinare l'equazione cartesiana del piano perpendicolare all'asse y passante per il punto $P = (1, 13, -7)$.
9. Determinare l'equazione cartesiana del piano passante per $P = (1, 0, -3)$ e ortogonale alla retta r di equazione $\begin{cases} x + y - z = 3 \\ 2y - x = 1 \end{cases}$.
10. Calcolare la distanza del punto $P = (0, 2, -5)$ dal piano di equazione $3x + 2y - z = 0$.
11. Calcolare la distanza dall'origine del punto di intersezione fra il piano π di equazione $4x - y + 3z = 1$ e la retta passante per $A = (3, 0, 2)$ e $B = (2, -4, 1)$.
12. Determinare l'equazione cartesiana del piano contenente la retta u di equazione $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ y - x = 0 \end{cases}$ e parallelo alla retta v di equazione $\begin{cases} x + z = 1 \\ 2y - x - z = 3 \end{cases}$.
13. Determinare l'equazione cartesiana del piano passante per $O = (0, 0, 0)$ parallelo alle rette r di equazione $\begin{cases} 4x - 6 = 3y \\ 5y + 18 = 4z \end{cases}$ e s di equazione $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ z + y - 4 = 0 \end{cases}$.
14. Determinare l'equazione cartesiana del piano passante per $P = (1, -1, 0)$ e $Q = (2, 0, 3)$ perpendicolare al piano π di equazione $x - y + z = 0$.
15. Determinare, nel fascio di piani $kx + 3y + (k - 2)z = 3k$, con $k \in \mathbb{R}$, il piano
 - (i) parallelo all'asse x ;
 - (ii) parallelo alla retta $\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ z = 7 \end{cases}$;
 - (iii) perpendicolare al piano $2x - y + z - 23 = 0$.

Coniche

16. Classificare e ridurre a forma canonica le seguenti coniche:
 - $C_1 : x^2 + 3xy + 2y^2 + x + 2y = 0$;
 - $C_2 : 3x^2 + 2xy + 3y^2 + x + 2y + 1 = 0$;
 - $C_3 : x^2 + 6xy + y^2 - 3 = 0$;
 - $C_4 : 3x^2 + 2xy + 3y^2 - 8 = 0$.

17. Dato il seguente fascio di coniche

$$\mathcal{C}_t : x^2 + (1 - t)y^2 + 2tx - 2(1 - t)y + 2 - t = 0$$

determinare i valori del parametro reale t per cui

- (1) \mathcal{C}_t è una parabola;
- (2) \mathcal{C}_t è una iperbole;
- (3) \mathcal{C}_t è una ellisse con punti reali;
- (4) \mathcal{C}_t è una circonferenza;
- (5) \mathcal{C}_t è una conica degenere;
- (6) \mathcal{C}_t è una ellisse senza punti reali.