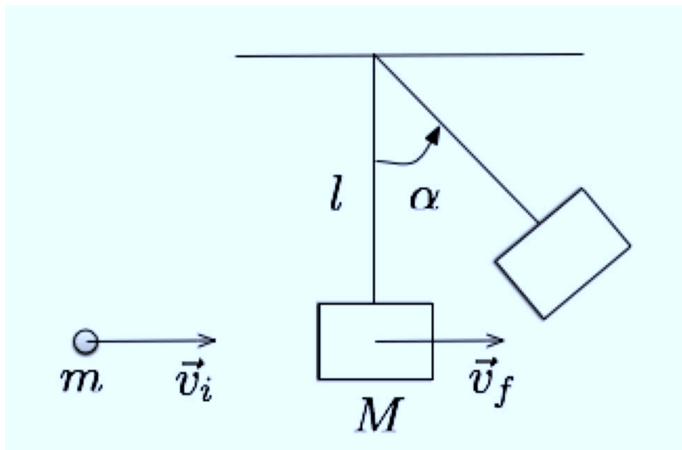
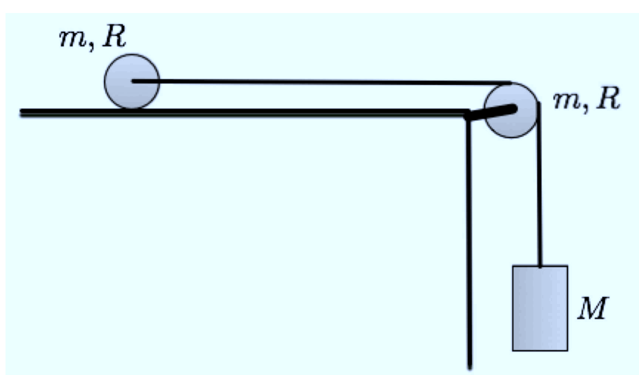
FISICA (modulo 1) – PROVA SCRITTA 07/07/2014

ESERCIZI (Motivare sempre i vari passaggi nelle soluzioni)

E1. Un blocco di legno di massa $M = 1$ kg è appeso ad un filo di lunghezza $l = 50$ cm. Contro il blocco viene sparato in direzione orizzontale un proiettile di massa $m = 1$ g alla velocità di 300 m/s. Sapendo che il proiettile si conficca nel blocco, calcolare di che angolo il filo si allontana dalla posizione verticale.



E2. Un cilindro pieno omogeneo di massa $m = 1$ kg e raggio $R = 10$ cm compie un moto di puro rotolamento su un piano orizzontale. Il cilindro è collegato mediante una fune inestensibile e di massa trascurabile ad una massa $M = 2$ Kg, libera di muoversi in direzione verticale. La fune passa per la gola di una puleggia, costituita da un cilindro analogo al precedente (stessa massa m e stesso raggio R), che può ruotare senza attrito attorno al proprio asse. Si assuma inoltre che la fune non slitti sulla gola della puleggia.
(i) Se inizialmente il cilindro sul piano orizzontale è fermo, quanto vale la velocità v del suo centro di massa sopo uno spostamento $\Delta s = 0.5$ m?
(ii) Quanto vale l'accelerazione a del centro di massa di tale cilindro?
(iii) Quanto vale la forza di attrito F_a che si esercita tra il piano orizzontale e il cilindro?



QUESITI (Motivare sempre tutte le risposte)

Q1. In un moto circolare l'accelerazione può avere una componente tangenziale alla traiettoria? Se sì in quali casi si annulla? Scrivere per un moto circolare l'espressione vettoriale dell'accelerazione centripeta.

Q2. Calcolare il periodo delle piccole oscillazioni di un pendolo semplice di massa $m = 1$ Kg e lunghezza $l = 2$ m.

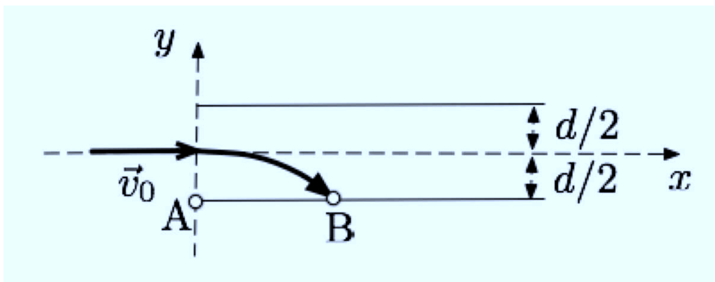
Q3. Enunciare le equazioni cardinali della dinamica.

Q4 Cos'è la spinta di Archimede?

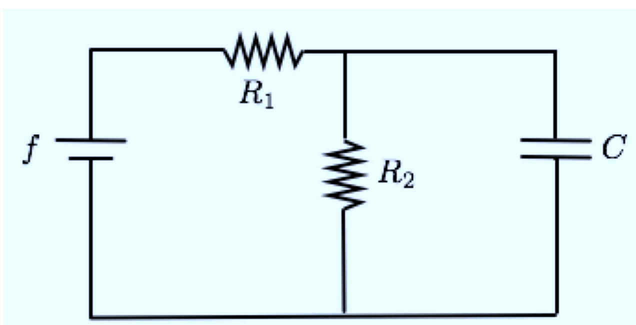
FISICA (modulo 2) – PROVA SCRITTA 07/07/2014

ESERCIZI (Motivare sempre i vari passaggi nelle soluzioni)

E1. Una particella di massa $m = 9 \times 10^{-31}$ Kg e carica $q = 1,6 \times 10^{-19}$ C entra, come indicato in figura, nella zona di piano compresa fra le armature di un condensatore piano, con velocità iniziale $v_0 = 2 \times 10^6$ m/s, diretta lungo il piano mediano tra le due armature del condensatore. La distanza fra le armature è $d = 20$ cm e la loro differenza di potenziale $\Delta V = 2$ V.
a) Scrivere l'equazione della traiettoria descritta dalla particella dentro il condensatore.
b) Calcolare la lunghezza del segmento AB mostrato in figura.
(Si assuma il campo elettrico uniforme all'interno del condensatore.)



E2. Sia dato il circuito in figura, con $f = 12$ V, $R_1 = 100\ \Omega$, $R_2 = 400\ \Omega$, $C = 1\ \mu$F.
(i) Quanto vale in condizioni stazionarie la carica Q accumulata dal condensatore?
(ii) Se il generatore viene istantaneamente scollegato dal circuito, quanto vale il tempo caratteristico τ di scarica del condensatore?
(iii) Quanto vale l'energia E_d dissipata durante l'intero processo di scarica?



QUESITI (Motivare sempre tutte le risposte)

Q1. Applicando il teorema di Gauss per il campo elettrostatico, calcolare il campo generato da un filo infinito, caratterizzato da una distribuzione lineare omogenea di carica λ.

Q2. Scrivere l'espressione vettoriale della forza di Lorentz determinata su una carica puntiforme da un campo elettromagnetico. La forza determinata dal solo campo magnetico compie lavoro?

Q3. Come è definita la capacità di un condensatore? Come varia se all'interno del condensatore viene inserito un dielettrico?

Q4. Enunciare la legge dell'induzione elettromagnetica di Faraday e la legge di Lenz.

SOLUZIONI PROVA SCRITTA 07/07/2014

MODULO 1

E1. L'urto è anelastico e si deve conservare la quantità di moto, cioè

$$mv_i = (m + M)v_f, \tag{1}$$

da cui

$$v_f = \frac{m}{m+M}\, v_i = 0.3\,\mathrm{m/s}. \tag{2}$$

Applichiamo ora il principio di conservazione dell'energia meccanica:

$$\frac{1}{2}\,(m+M)v_f^2 = \frac{1}{2}\,\frac{m^2}{m+M}v_i^2 = (m+M)gl(1-\cos\alpha). \tag{3}$$

Risolvendo rispetto ad α si ha

$$\cos\alpha = 1 - \frac{m^2 v_i^2}{2(m+M)^2 gl} = 0.99 \tag{4}$$

e quindi α è di circa 7 gradi 46 primi.

E2. (i) Dalla conservazione dell'energia meccanica ricaviamo

$$Mg\Delta s = \frac{1}{2}\,mv^2 + \frac{1}{2}\,I\omega^2 + \frac{1}{2}\,I\omega^2 + \frac{1}{2}\,Mv^2 = \frac{1}{2}\,(2m+M)v^2, \tag{5}$$

dove abbiamo usato $I = mR^2/2$ per un cilindro pieno omogeneo e $\omega = v/R$ avendo un puro rotolamento. Quindi

$$v = \left(\frac{2Mg\Delta s}{2m+M}\right)^{1/2} = 2.21\,\mathrm{m/s}. \tag{6}$$

(ii)-(iii) Chiamando T_1 e T_2 le tensioni che la fune esercita sulla massa m sul piano e sulla massa M, abbiamo le equazioni del moto

$$\begin{cases} ma = T_1 - F_a, \\ I\alpha = \frac{1}{2}\,mR^2\frac{a}{R} = F_a R \Rightarrow ma = 2F_a \\ I\alpha = (T_2 - T_1)R \Rightarrow ma = 2(T_2 - T_1), \\ Ma = Mg - T_2, \end{cases} \tag{7}$$

dalle quali ricaviamo in particolare

$$a = \frac{Mg}{2m+M} = 4.91\,\mathrm{m/s}, \tag{8}$$

$$F_a = \frac{1}{2}\,ma = 2.45\,\mathrm{N}. \tag{9}$$

Q1. È presente in generale anche una componente tangenziale, che si annulla solo se il moto è circolare uniforme. Per un moto circolare l'accelerazione centripeta è data da

$$\vec{a}_c = -\frac{v^2}{R}\,\hat{r}, \tag{10}$$

con v velocità scalare del moto, R raggio della traiettoria e $\hat{r}$ versore diretto nella direzione che congiunge il centro O della traiettoria al punto P in cui si trova il punto materiale, con verso da O a P.

Q2.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2.84\,\mathrm{s}. \tag{11}$$

Q3. La prima equazione cardinale afferma che la derivata rispetto al tempo della quantità di moto totale di un sistema è uguale alla risultante delle sole forze esterne applicate al sistema:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}^{(E)}. \tag{12}$$

La seconda equazione cardinale afferma che la derivata rispetto al tempo del momento angolare totale di un sistema è uguale al momento risultante delle sole forze esterne:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}^{(E)}. \tag{13}$$

Q4. Un corpo immerso (interamente o parzialmente) in un fluido riceve una spinta (detta spinta di Archimede) verso l'alto pari al peso del volume di fluido spostato.

MODULO 2

E1. Il campo elettrico vale

$$E = \frac{\Delta V}{d}, \tag{14}$$

l'accelerazione subita dalla particella

$$a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m} = \frac{q\Delta V}{md}, \tag{15}$$

la legge oraria

$$\begin{cases} x = v_0 t, \\ y = -\frac{1}{2}at^2 = -\frac{1}{2}\left(\frac{q\Delta V}{md}\right)t^2, \end{cases} \tag{16}$$

la traiettoria

$$y = -\frac{1}{2}at^2 = -\frac{1}{2}\left(\frac{q\Delta V}{md}\right)\frac{x^2}{v_0^2}. \tag{17}$$

Ponendo $y = -d/2$ nell'equazione della traiettoria otteniamo che la lunghezza l del segmento AB è data da

$$l = v_0 d\sqrt{\frac{m}{q\Delta V}} = 0.67\,\mathrm{m}. \tag{18}$$

E2. (i)

$$Q = (\Delta V)_2 C = R_2 i C = R_2 \frac{f}{R_1 + R_2} C = 9.6 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}, \tag{19}$$

dove abbiamo chiamato $(\Delta V)_2$ la differenza di potenziale ai capi della resistenza R_2 e tra le armature del condensatore.

(ii) Scollegando il generatore, il condensatore si scarica attraverso la resistenza R_2, per cui

$$\tau = R_2 C = 4 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}. \tag{20}$$

(iii) L'energia dissipata uguaglia asintoticamente nel tempo l'energia inizialmente accumulata nel condensatore, per cui

$$E_d = \frac{Q^2}{2C} = 4.6 \times 10^{-5}\,\mathrm{J}. \tag{21}$$

Q1. Per simmetria, essendo la distribuzione lineare ed omogenea, il campo elettrico può essere diretto solo radialmente. Scegliamo allora come superficie gaussiana (cioè come superficie chiusa da usare nell'applicazione del teorema di Gauss) la superficie cilindrica di asse il filo carico, raggio r e altezza h, chiusa a ciascuna estremità da superfici piane perpendicolari all'asse del cilindro. Le due superfici piane non contribuiscono al flusso in quanto per esse il campo è perpendicolare al versore normale alla superficie. Otteniamo quindi

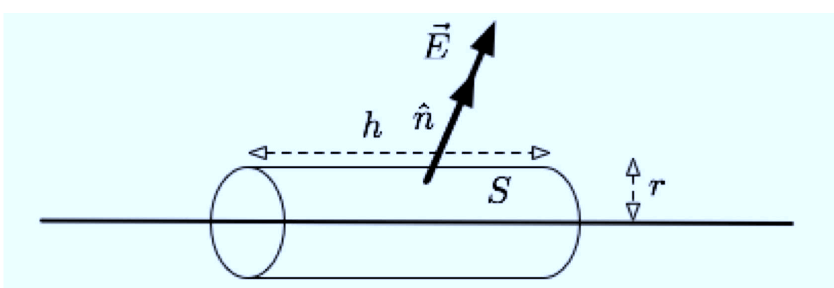
$$\Phi_S(\vec{E}) = \int_S \vec{E} \cdot \hat{n}\, dS = E(r) 2\pi r h. \tag{22}$$

Per il teorema di Gauss

$$\Phi_S(\vec{E}) = \frac{\lambda h}{\epsilon_0}, \tag{23}$$

dove λh è la carica contenuta dentro la superficie S. Uguagliando i membri di destra delle ultime due equazioni otteniamo

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}. \tag{24}$$



Q2. Una carica elettrica puntiforme q in moto con velocità $\vec{v}$ in una regione caratterizzata dalla presenza di un campo elettrico $\vec{E}$ e di un campo magnetico $\vec{B}$ è soggetta alla forza di Lorentz

$$\vec{F} = q[\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}]. \tag{25}$$

La forza determinata dal solo campo magnetico non compie lavoro in quanto è sempre perpendicolare alla traiettoria.

Q3. La capacità C di un condensatore è definita come il rapporto tra la carica Q immagazzinata sulle armature del condensatore e la differenza di potenziale V tra tali armature. Inserendo un mezzo dielettrico tra le armature del condensatore, la capacità aumenta di un fattore ϵ_r, con ϵ_r costante dielettrica del mezzo.

Q4. La legge dell'induzione elettromagnetica di Faraday afferma che la forza elettromotrice f_i indotta in un circuito chiuso è pari all'opposto della variazione per unità di tempo del flusso del campo magnetico attraverso l'area racchiusa dal circuito:

$$f_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B} \cdot \hat{n}\, dS. \tag{26}$$

Il segno meno sta ad indicare che la corrente prodotta si oppone alla variazione di flusso che l'ha generata (legge di Lenz), come deve essere al fine di rispettare il principio di conservazione dell'energia.