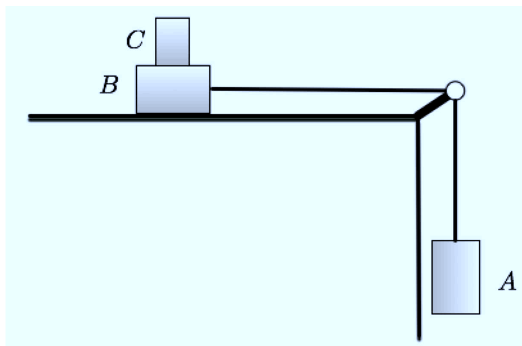
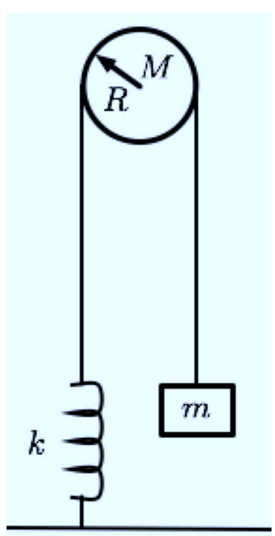
FISICA (modulo 1) – PROVA SCRITTA 23/02/2015

ESERCIZI (Motivare sempre i vari passaggi nelle soluzioni)

E1. Un corpo A di massa $m_A = 5$ Kg e un corpo B di massa $m_B = 10$ Kg sono collegati, come mostrato nella figura sotto, da un filo inestensibile di massa trascurabile. Il coefficiente di attrito statico tra il corpo B e la superficie (orizzontale) di appoggio vale $\mu_s = 0.2$, quello dinamico $\mu_d = 0.1$. Si trascuri la resistenza della carrucola e la si consideri di massa trascurabile.
(i) Determinare la minima massa del corpo C che deve essere posto su B per evitare che B scivoli.
(ii) Determinare l'accelerazione dei due corpi e la tensione del filo se il corpo C viene tolto.



E2. Una fune inestensibile di massa trascurabile passa sopra ad una puleggia di massa $M = 6$ Kg e raggio $R = 20$ cm ed è collegata ai suoi estremi ad un corpo di massa $m = 2$ Kg e ad una molla di costante elastica $k = 500$ N/m. Calcolare:
(i) l'allungamento della molla quando il sistema è in equilibrio statico,
(ii) il periodo delle piccole oscillazioni che si generano spostando di poco il sistema dalla posizione di equilibrio statico.



QUESITI (Motivare sempre tutte le risposte)

Q1. Dare la definizione di lavoro di una forza. Quanto vale il lavoro compiuto da una forza costante $\vec{F} = a\hat{i} + b\hat{j}$, con $a = 2$ N, $b = 3$ N, $\hat{i} = (1, 0, 0)$ e $\hat{j} = (0, 1, 0)$, che agisce su un corpo di massa $m = 1$ Kg che si sposta lungo l'asse delle x dalla posizione $x_i = 0$ alla posizione $x_f = 3$ m?

Q2. Se un oggetto è posto su una bilancia in un ascensore, la bilancia segna un peso maggiore se l'ascensore sale oppure se scende a velocità costante oppure in nessuno dei due casi?

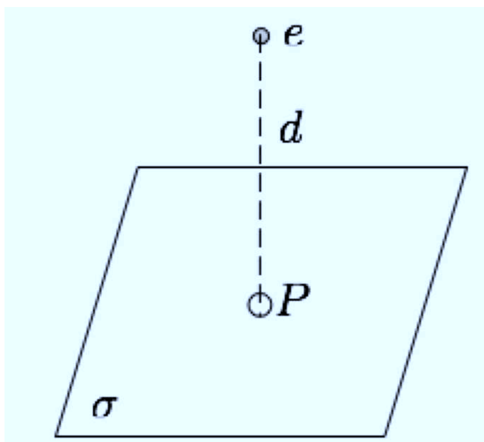
Q3. Enunciare il teorema delle forze vive.

Q4 Si consideri un fluido perfetto che si muove lungo un condotto orizzontale. Come varia la velocità in funzione dell'area della sezione normale all'asse del condotto?

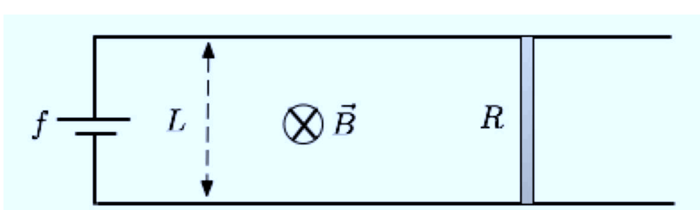
FISICA (modulo 2) – PROVA SCRITTA 23/02/2015

ESERCIZI (Motivare sempre i vari passaggi nelle soluzioni)

E1. Si consideri un foglio piano, idealmente infinito, uniformemente carico con densità superficiale di carica (positiva) $\sigma = 10^{-8}$ C/m^2 e immerso nel vuoto. Un elettrone, avente carica $e = -1.6 \times 10^{-19}$ C, è inizialmente fermo a distanza $d = 10$ cm dal piano.
(i) Determinare la forza a cui è soggetta inizialmente l'elettrone (specificando modulo, direzione e verso di tale forza).
(ii) Assumendo che venga praticato un piccolo foro nel piano, in corrispondenza al punto P tale che la perpendicolare al piano passante per P passi anche per la carica e, l'elettrone compie un moto periodico. Calcolare il periodo di tale moto. Tale moto è armonico oppure no?
(iii) Che velocità ha l'elettrone quando transita per il punto P?
(massa elettrone $m = 9.11 \times 10^{-31}$ Kg, costante dielettrica del vuoto $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ C^2/(N·m^2)).



E2. Una sbarra conduttrice poggia senza attrito su due binari orizzontali di resistenza trascurabile, distanti tra di loro $L = 30$ cm, È presente un campo magnetico statico uniforme $B = 0.5$ T, perpendicolare ai binari ed alla sbarra, entrante nel foglio del disegno. All'istante $t = 0$ la sbarra è ferma e tra i binari viene posto un generatore di forza elettromotrice $f = 12$ V.
(i) In che direzione si mette in movimento la sbarra?
(ii) Calcolare la velocità limite della sbarra.
(iii) Calcolare la poteza fornita dal generatore alla velocità limite.



QUESITI (Motivare sempre tutte le risposte)

Q1. Disegnare schematicamente le linee del campo elettrostatico generato da un condensatore a facce piane parallele. Commentare brevemente il disegno.

Q2. Enunciare il teorema di Gauss per il campo elettrostatico. Quali sono le principali analogie e differenze con il teorema di Gauss per il campo gravitazionale?

Q3. Scrivere l'espressione della forza di Lorentz. La parte elettrica della forza di Lorentz compie lavoro? E la parte magnetica?

Q4. Enunciare la legge dell'induzione elettromagnetica di Faraday. Circola corrente indotta in una spira che entra con velocità uniforme in una regione di spazio dove è presente un campo magnetico statico uniforme?

SOLUZIONI PROVA SCRITTA 23/02/2015

MODULO 1

E1. (i) Il corpo A è doggetto alla forza peso $P_A = m_A g$. Siccome la carrucola muta la direzione di tale forza senza alterarne il modulo, la massa m_C minima per tenere il sistema in equilibrio deve essere tale che la forza di attrito statico $F_a = \mu_s(m_B + m_C)g$ bilanci la forza perso P_A. Otteniamo quindi

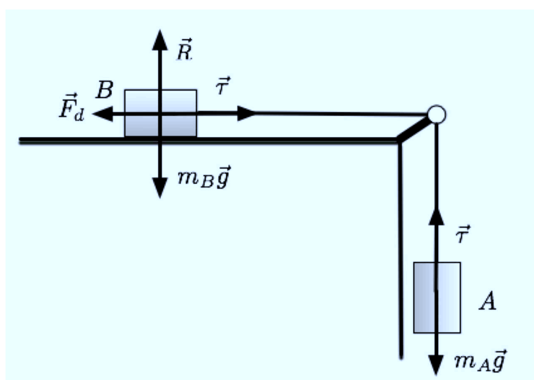
$$\mu_s(m_B + m_C)g = m_A g \Rightarrow m_C = \frac{m_A}{\mu_s} - m_B = 15\,\mathrm{Kg}. \tag{1}$$

(ii) L'accelerazione dei due corpi è la stessa essendo il filo inestensibile. Possiamo allora scrivere il sistema di equazioni

$$\begin{cases} m_A a = m_A g - \tau, \\ \\ m_B a = \tau - \mu_d m_B g, \end{cases} \tag{2}$$

da cui ricaviamo

$$\begin{cases} a = \frac{m_A - \mu_d m_B}{m_A + m_B}\, g = 2.6\,\mathrm{m/s^2}, \\ \\ \tau = m_A(g - a) = 36\,\mathrm{N}. \end{cases} \tag{3}$$



E2. (i) Si ha equilibrio quando il momento risultante delle forze sulla puleggia (rispetto ad un polo che si trovi sul suo asse, che è quello rispetto al quale può ruotare la puleggia) si annulla:

$$RT_L = RT_R, \tag{4}$$

con T_L e T_R tensioni della fune a sinistra e a destra della puleggia. Otteniamo quindi

$$T_L = k\Delta_0 = T_R = mg \Rightarrow \Delta_0 = \frac{mg}{k} = 3.9\,\mathrm{cm}, \tag{5}$$

con Δ_0 allungamento della molla in condizioni di equilibrio.
(ii) Scriviamo le equazioni per il moto angolare della puleggia (con accelerazione

$\alpha = d\omega/dt$, dove ω è la velocità angolare di rotazione attorno all'asse della puleggia) e per quello lineare della massa m (con accelerazione $a = \alpha R$):

$$\begin{cases} I\alpha = RT_R - RT_L, \\ ma = mg - T_R, \end{cases} \tag{6}$$

con $I = \frac{1}{2}MR^2$ momento d'inerzia della puleggia. Scrivendo $T_L = k\Delta$, con Δ allungamento della molla, dal sistema sopra ricaviamo

$$\left(\frac{1}{2}M + m\right) a = mg - k\Delta. \tag{7}$$

Scrivendo $\Delta = \Delta_0 + \delta$, con δ piccolo spostamento, otteniamo

$$\left(\frac{1}{2}M + m\right) a = mg - k\Delta_0 - k\delta = -k\delta, \tag{8}$$

che è l'equazione di un oscillatore armonico di frequenza

$$\Omega = \sqrt{\frac{k}{\frac{1}{2}M + m}} = \sqrt{\frac{2k}{M + 2m}} \tag{9}$$

e periodo

$$T = \frac{2\pi}{\Omega} = 2\pi\sqrt{\frac{M + 2m}{2k}} = 0.63\,\mathrm{s}. \tag{10}$$

Q1. Il lavoro L compiuto da una forza $\vec{F}$ su un punto materiale che si sposta da un punto A ad un punto B lungo un cammino γ è dato da

$$L = \int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} \vec{F} \cdot d\vec{s}, \tag{11}$$

dove l'integrale da A a B è fatto lungo il cammino γ.

Nel caso del quesito, applicando la definizione data sopra otteniamo

$$L = a(x_f - x_i) = 6\,\mathrm{J}. \tag{12}$$

Q2. Il peso è uguale, posto che il moto dell'ascensore sia rettilineo uniforme. Le forze apparenti che vanno a modificare il peso devono essere introdotte solo se il moto dell'ascensore è accelerato.

Q3. Il teorema delle forze vive afferma che il lavoro compiuto dalla forza agente su un corpo materiale quando questo passa da una posizione A ad una posizione B attraverso una traiettoria γ è uguale alla differenza tra le energie cinetiche possedute dal punto materiale nella posizione finale e in quella iniziale:

$$L = E_{c,B} - E_{c,A} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2. \tag{13}$$

Q4. Siccome per l'equazione di continuità la portata, cioè il volume di fluido che attraversa la sezione del condotto nell'unità di tempo, è costante, vale a dire $vS = \text{cost}$, con v velocità media su una sezione S perpendicolare al condotto, concludiamo che v è inversamente proporzionale ad S (legge di Leonardo).

MODULO 2

E1. (i) La forza è diretta dalla carica verso il punto P ed ha modulo

$$F = E|e| = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}|e| = 9.0 \times 10^{-17}\,\text{N}. \tag{14}$$

(ii) Siccome il campo elettrico ha modulo costante ed è sempre diretto verso il punto P, l'elettrone si muove di moto uniformemente accelerato con partenza da fermo finché raggiunge il punto P (e quindi il moto non è armonico in quanto la forza è costante durante il moto), con accelerazione

$$a = \frac{F}{m} = \frac{\sigma|e|}{2m\epsilon_0} = 0.99 \times 10^{14}\,\text{m/s}^2, \tag{15}$$

e quindi arriva al punto P dopo un tempo $t_\star$ tale che

$$d = \frac{1}{2}at_\star^2 \Rightarrow t_\star = \sqrt{\frac{2d}{a}} = 0.45 \times 10^{-7}\,\text{s}. \tag{16}$$

L'elettrone poi si muove di moto uniformemente decelerato fino a fermarsi ad una distanza d dal piano, dalla parte opposta a quella da cui è partito, e questo richiede un tempo $t_\star$. Per ritornare alla posizione di partenza serve quindi globalmente un tempo (periodo del moto)

$$T = 4t_\star = 1.80 \times 10^{-7}\,\text{s}. \tag{17}$$

(iii) Quando transita per il punto P l'elettrone ha velocità

$$v_\star = at_\star = 0.44 \times 10^{7}\,\text{m/s}. \tag{18}$$

E2. La corrente dovuta al generatore circola in senso antiorario e quindi dall'alto al basso lungo la sbarretta. Essendo il campo magnetico entrante, la forza di Laplace $\vec{F} = i\vec{L} \times \vec{B}$ è diretta verso destra e quindi la sbarra si mette in moto in tale direzione. La forza elettromotrice indotta si calcola dalla legge di Faraday. Ponendo il verso di percorrenza del circuito come orario, chiamando S la superficie piana limitata dal medesimo, $x(t)$ la posizione della sbarra al tempo t e $v(t)$ la sua velocità, otteniamo

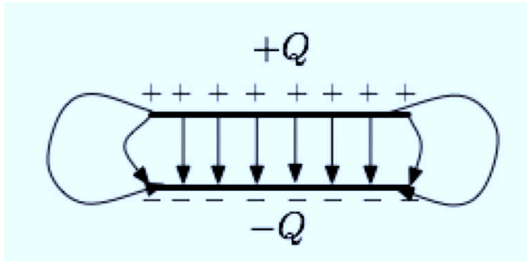
$$f_i = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(BLx(t)\right) = -BLv(t). \tag{19}$$

La velocità limite v_l viene raggiunta quando la forza elettromotrice indotta f_i bilancia la forza elettromotrice f del generatore:

$$f + f_i = 0 \Rightarrow f - BLv_l = 0 \Rightarrow v_l = \frac{f}{LB} = 80\,\text{m/s}. \tag{20}$$

Alla velocità limite non circola più corrente ($i = 0$) e quindi la potenza erogata dal generatore $W = fi = 0$.

Q1. Le linee del campo elettrostatico vanno dall'armatura carica positivamente a quella carica negativamente. Sono approssimativamente rettilinee e perpendicolari alle armature lontano dai bordi del condensatore, mentre si incurvano vicino ai bordi.



Q2. Il teorema di Gauss per il campo elettrostatico afferma che il flusso del campo elettrostatico $\vec{E}$ attraverso una superficie chiusa S è uguale alla somma algebrica delle cariche elettriche contenute all'interno della superficie chiusa considerata, divisa per la costante dielettrica del vuoto $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12}$ F/m:

$$\Phi_S(\vec{E}) = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_i. \tag{21}$$

Nel caso del campo gravitazionale

$$\Phi_S(\vec{g}) = 4\pi G \sum_i M_i, \tag{22}$$

con $G = 6.67 \times 10^{-11}$ Nm^2/Kg^2 costante di gravitazione universale e $\vec{g}$ campo gravitazionale. Il teorema di Gauss vale in entrambi i casi in quanto sia la forza elettrostatica che quella gravitazionale sono inversamente proporzionali al quadrato della distanza (tra due cariche o tra due masse che interagiscono). La differenza fondamentale tra i due casi è che le cariche elettriche possono essere sia positive che negative, mentre le masse sono solo positive. Questo riflette il fatto che la forza elettrostatica può essere sia attrattiva che repulsiva mentre quella gravitazionale è solo attrattiva.

Q3. Una carica elettrica puntiforme q in moto con velocità $\vec{v}$ in una regione caratterizzata dalla presenza di un campo elettrico $\vec{E}$ e di un campo magnetico $\vec{B}$ è soggetta alla forza di Lorentz

$$\vec{F} = q[\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}]. \tag{23}$$

La forza determinata dal solo campo magnetico non compie lavoro in quanto è sempre perpendicolare alla traiettoria. Il campo elettrico invece in generale compie lavoro, a meno che la carica si muova su una superficie equipotenziale del campo.

Q4. La legge dell'induzione elettromagnetica di Faraday afferma che la forza elettromotrice f_i indotta in un circuito chiuso è pari all'opposto della variazione per unità di tempo del flusso del campo magnetico attraverso l'area racchiusa dal circuito:

$$f_i = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \hat{n}\, dS. \tag{24}$$

Il segno meno sta ad indicare che la corrente prodotta si oppone alla variazione di flusso che l'ha generata (legge di Lenz), come deve essere al fine di rispettare il principio di conservazione dell'energia.

Nel caso della spira che entra nella regione di spazio dove è presente un campo costante circola corrente solo finché la spira non è entrata completamente dentro tale ragione, in quanto il flusso del campo magnetico concatenato con la spira non varia più dopo tale istante, essendo la velocità della spira uniforme e il campo costante.