

**ESERCIZI**

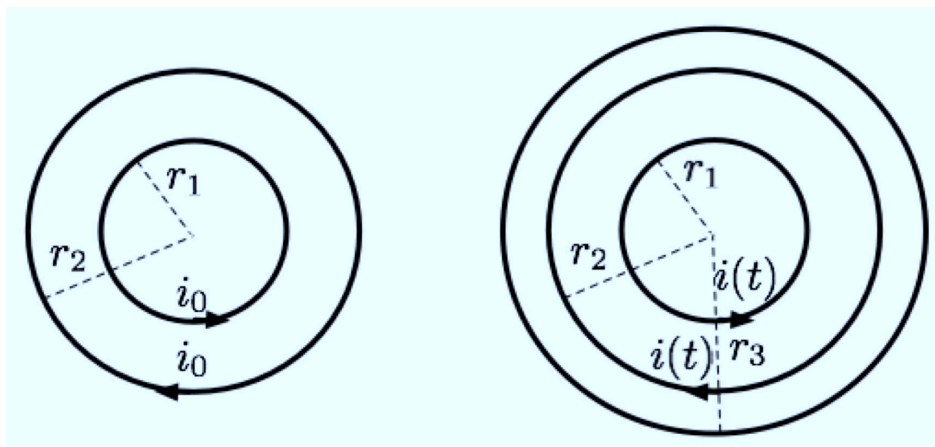
E1. Un'auto elettrica di massa  $M = 800$  Kg percorre una salita assimilabile ad un piano inclinato di lunghezza  $L = 1$  Km e altezza  $h = 80$  m a velocità costante in un tempo  $\Delta t = 1$  minuto. L'automobile è alimentata con una batteria da  $\Delta V = 48$  V. Trascurando l'attrito e supponendo che l'energia elettrica venga utilizzata totalmente per far muovere la macchina, si calcoli la corrente erogata dalla batteria.

E2. Due solenoidi coassiali, idealmente infiniti, di raggi  $r_1 = 10$  cm e  $r_2 = 20$  cm, entrambi contenenti  $n = 10$  spire per centimetro, sono percorsi dalla medesima corrente  $i_0 = 3$  A, che circola però in verso opposto nei due solenoidi (si veda nella figura sotto a sinistra una sezione del sistema composto dai due solenoidi).

(i) Calcolare il campo magnetico  $\vec{B}$  (specificandone modulo, direzione e verso) in tutto lo spazio.

Si consideri ora una spira circolare di raggio  $r_3 = 30$  cm e resistenza  $R = 1 \Omega$ , coassiale ai due solenoidi (si veda la figura a destra sotto) e si faccia variare la corrente nei due solenoidi secondo la legge  $i(t) = i_0 + kt$ , con  $k = 1$  A/s.

(ii) Calcolare la potenza dissipata nella spira per effetto Joule.



**QUESITI (Motivare sempre tutte le risposte)**

Q1. Quanto vale il modulo del campo elettrostatico all'interno di un conduttore? E sulla superficie del conduttore? (Discutere anche direzione e verso del campo).

Q2. Nella fase di carica di un circuito  $RC$ , con  $R = 30 \Omega$  e  $C = 10^{-4}$  F, dopo quanto tempo la corrente diventa la metà di quella iniziale? E nella fase di scarica?

Q3. Come sono fatte le linee del campo di induzione magnetica  $\vec{B}$  generato da un filo rettilineo infinito immerso nel vuoto e in cui fluisce una corrente stazionaria  $i$ ? Come varia  $B$  con la distanza dal filo?

Q4 Enunciare la legge dell'induzione elettromagnetica di Faraday. Circola corrente indotta in una spira il cui asse forma un angolo  $\theta(t) = \omega t$  con la direzione del campo magnetico, in una regione di spazio dove il campo è uniforme e costante nel tempo?

**MODULO 1**

E1. La variazione di energia potenziale gravitazionale dell'auto a seguito della salita vale

$$\Delta E_p = Mgh, \quad (1)$$

per cui la potenza necessaria per fare la salita in un tempo  $\Delta t$  è data da

$$W = \frac{\Delta E_p}{\Delta t} = \frac{Mgh}{\Delta t}. \quad (2)$$

Tale potenza è fornita dalla batteria (per ipotesi tutta l'energia elettrica erogata viene usata per far salire la macchina), per cui

$$W = i(\Delta V). \quad (3)$$

Uguagliando i secondi membri delle ultime due equazioni otteniamo

$$i = \frac{Mgh}{(\Delta t)(\Delta V)} = 218 \text{ A}. \quad (4)$$

E2. (i) Per il principio di sovrapposizione il campo magnetico  $\vec{B}$  è la somma vettoriale dei campi magnetici  $\vec{B}_1$  e  $\vec{B}_2$  dovuti ai due solenoidi. Il campo magnetico  $\vec{B}_1$  è diretto perpendicolarmente al piano del disegno, con verso uscente, e vale in modulo  $B_1 = \mu_0 n i_0$  per  $r < r_1$ , mentre è nullo fuori dal solenoide interno, per  $r > r_1$ . Il campo magnetico  $\vec{B}_2$  è diretto perpendicolarmente al piano del disegno, con verso entrante, e vale in modulo  $B_2 = \mu_0 n i_0$  per  $r < r_2$ , mentre è nullo fuori dal solenoide esterno, per  $r > r_2$ . Quindi  $\vec{B}$  ha verso entrante e vale in modulo  $B = B_2 = \mu_0 n i_0 = 3.77 \times 10^{-3} \text{ T}$  per  $r_1 < r < r_2$ , mentre si annulla per  $r < r_1$  e per  $r > r_2$ .

(ii) Il flusso concatenato con la spira vale  $\Phi(\vec{B}) = B(t)\pi(r_2^2 - r_1^2)$ , con  $B(t) = \mu_0 n i(t)$ . La forza elettromotrice indotta vale

$$f_i = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = -\mu_0 n \pi (r_2^2 - r_1^2) \frac{di}{dt} = -\mu_0 n \pi (r_2^2 - r_1^2) k = -1.18 \times 10^{-4} \text{ V}, \quad (5)$$

la potenza dissipata

$$w = \frac{f_i^2}{R} = 1.40 \times 10^{-8} \text{ W}. \quad (6)$$

Q1. All'interno del conduttore il campo elettrostatico è nullo. Il teorema di Coulomb afferma che il campo elettrostatico in prossimità della superficie di un corpo conduttore vale

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n}, \quad (7)$$

con  $\sigma$  densità superficiale di carica,  $\epsilon_0$  costante dielettrica del vuoto (assumiamo il corpo immerso nel vuoto) e  $\hat{n}$  versore normale alla superficie e con verso uscente dalla medesima. Si noti che la direzione del campo elettrico è normale alla superficie

in quanto la presenza di un campo elettrico tangenziale muoverebbe le cariche sulla superficie del conduttore e non si avrebbe quindi una situazione di equilibrio elettrostatico. Il verso del campo elettrico è poi uscente o entrante a seconda che il conduttore sia carico positivamente o negativamente.

Q2. Siccome

$$i(t) = i(0)e^{-\frac{t}{RC}}, \quad (8)$$

la corrente si dimezza dopo un tempo

$$t^* = -RC \ln \frac{1}{2} = RC \ln 2 = 2.08 \times 10^{-3} \text{ s}. \quad (9)$$

Il ragionamento e il risultato sono identici per la fase di scarica.

Q3. Le linee di  $\vec{B}$  sono circonferenze giacenti perpendicolarmente al filo, con centro nel filo. Il verso delle linee di campo è quello delle quattro dita della mano destra quando queste afferrano idealmente il filo, con il pollice che punta nel verso in cui fluisce la corrente. Il campo ha simmetria cilindrica e quindi il suo modulo dipende solo dalla distanza  $d$  dal filo ed è dato dalla legge di Biot e Savart, che in questo caso particolare diventa

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi d}, \quad (10)$$

con  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$  permeabilità magnetica del vuoto.

Q4. La legge dell'induzione elettromagnetica di Faraday afferma che la forza elettromotrice  $f_i$  indotta in un circuito chiuso è pari all'opposto della variazione per unità di tempo del flusso del campo magnetico attraverso l'area racchiusa dal circuito:

$$f_i = -\frac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} dS. \quad (11)$$

Il segno meno sta ad indicare che la corrente prodotta si oppone alla variazione di flusso che l'ha generata (legge di Lenz), come deve essere al fine di rispettare il principio di conservazione dell'energia.

Nel caso particolare del quesito circola corrente in quanto il flusso del campo magnetico varia nel tempo variando l'angolo tra l'asse della spira e il campo.