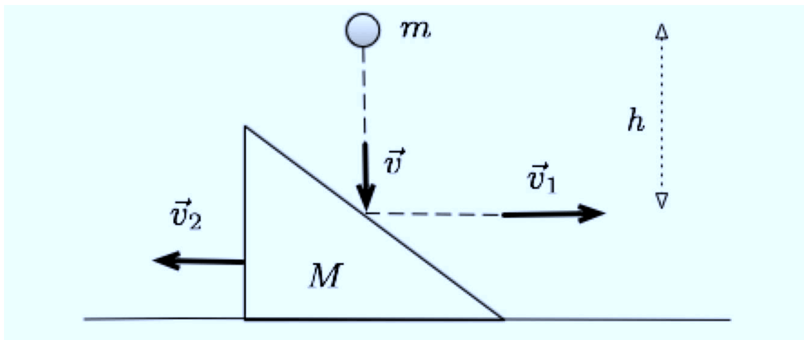
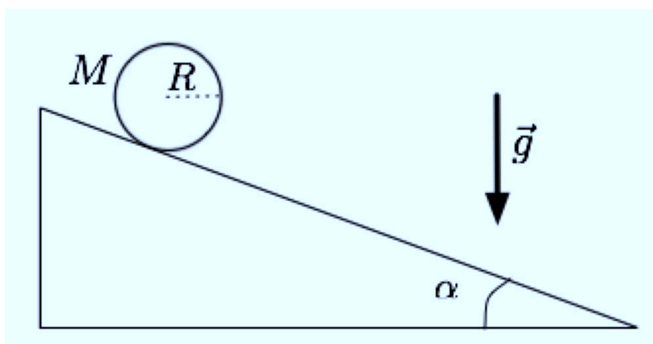
FISICA (modulo 1) – PROVA SCRITTA 27/11/2013

ESERCIZI

E1. Da un'altezza $h = 3$ m viene lasciata cadere sopra un cuneo di massa $M = 2$ Kg una pallina di massa $m = 100$ g (la pallina è ferma nell'istante in cui inizia la caduta). Sapendo che la pallina rimbalza in direzione orizzontale e che il cuneo è posto sopra un piano orizzontale liscio, calcolare la velocità del cuneo dopo l'urto, considerato come perfettamente elastico.



E2. Un cilindro omogeneo di massa M e raggio R viene lasciato libero di muoversi con velocità iniziale nulla sopra un piano inclinato scabro di angolo α rispetto all'orizzontale. Il cilindro scende rotolando senza strisciare. Determinare, in funzione di α, il valore minimo del coefficiente di attrito statico μ_s affinché questo sia possibile.



QUESITI (Motivare sempre tutte le risposte)

Q1. Un'automobile viaggia alla velocità di 70 km/h quando il guidatore vede un semaforo diventare rosso. Supponendo che il tempo di reazione sia di 0.2 s e che i freni esercitino una decelerazione di 5 m/s^2 si calcoli che distanza percorre il veicolo prima di fermarsi.

Q2. Enunciare il teorema delle forze vive.

Q3. In un moto circolare l'accelerazione può avere una componente tangenziale alla traiettoria? Se sì in quali casi si annulla? Scrivere per un moto circolare l'espressione vettoriale dell'accelerazione centripeta.

Q4 Si enunci il teorema di Bernoulli, specificando le condizioni richieste per la sua applicabilità.

SOLUZIONI PROVA SCRITTA 27/11/2013

MODULO 1

E1. Dal teorema di conservazione dell'energia meccanica otteniamo

$$mgh = \frac{1}{2}\,mv^2, \tag{1}$$

dalla conservazione dell'energia cinetica durante l'urto abbiamo

$$\frac{1}{2}\,mv^2 = \frac{1}{2}\,mv_1^2 + \frac{1}{2}\,Mv_2^2, \tag{2}$$

per la conservazione della quantità di moto in direzione orizzontale deve essere

$$mv_1 = Mv_2. \tag{3}$$

Da queste tre relazioni ricaviamo

$$v_2 = \sqrt{\frac{2m^2gh}{M(M+m)}} = 0.37 \text{ m/s}. \tag{4}$$

E2. La componente normale al piano della reazione vincolare equilibra la componente normale della forza peso. Il moto è allora determinato solamente dalla componente $mg\sin\alpha$ della forza peso nella direzione del piano inclinato e dalla forza di attrito statico che si oppone al moto ed ha modulo F_s. Si noti come sia qui rilevante l'attrito statico e non quello dinamico in quanto il punto di contatto del cilindro con il piano inclinato è il punto per cui passa l'asse di istantanea rotazione ed è quindi istantaneamente in quiete.

La prima equazione cardinale ci dice che

$$Ma_c = Mg\sin\alpha - F_s, \tag{5}$$

dove abbiamo chiamato a_c l'accelerazione scalare del centro di massa della sfera. Applichiamo ora la seconda equazione cardinale scegliendo come polo il centro C del cilindro, così che il momento della forza peso (applicata in C) rispetto a tale polo è nullo. Riferendoci all'asse perpendicolare al piano del moto e passante per C otteniamo

$$RF_s = I_C\frac{d\omega}{dt} = I_C\,\frac{a_c}{R} \Rightarrow F_s = I_C\,\frac{a_c}{R^2} = \frac{1}{2}\,MR^2\,\frac{a_C}{R^2} = \frac{1}{2}\,Ma_c. \tag{6}$$

Dalle due equazioni cardinali otteniamo che il moto del centro di massa è uniformemente accelerato, con accelerazione

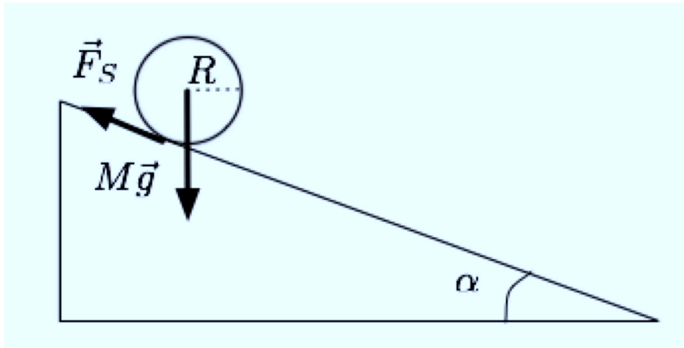
$$a_c = \frac{2}{3}\,g\sin\alpha. \tag{7}$$

Il massimo valore permesso per la forza di attrito statico è

$$(F_s)\text{max} = \mu_s Mg\cos\alpha. \tag{8}$$

La condizione $F_s \leq (F_s)$max è soddisfatta quando

$$\mu_s \geq \frac{1}{3}\,\tan\alpha. \tag{9}$$



Q1. La velocità iniziale dell'automobile è v_0=70 Km/h=19.4 m/s, il tempo dopo il quale inizia la decelerazione $t_1 = 0.2$ s, la decelerazione $a = 5$ m/s^2. Lo spazio percorso prima di fermarsi vale allora

$$s = v_0 t_1 + \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a} = 41.7\,\text{m}. \tag{10}$$

Q2. Il teorema delle forze vive afferma che il lavoro compiuto dalla forza agente su un corpo materiale quando questo passa da una posizione A ad una posizione B attraverso una traiettoria γ è uguale alla differenza tra le energie cinetiche possedute dal punto materiale nella posizione finale e in quella iniziale:

$$L = E_{c,B} - E_{c,A} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2. \tag{11}$$

Q3. È presente in generale anche una componente tangenziale, che si annulla solo se il moto è circolare uniforme. Per un moto circolare l'accelerazione centripeta è data da

$$\vec{a}_c = -\frac{v^2}{R}\hat{r}, \tag{12}$$

con v velocità scalare del moto, R raggio della traiettoria e $\hat{r}$ versore diretto nella direzione che congiunge il centro O della traiettoria al punto P in cui si trova il punto materiale, con verso da O a P.

Q4. Il teorema di Bernoulli lega tra loro la velocità, la pressione e la quota nei punti di una linea di flusso di un fluido perfetto, vale a dire di un fluido in regime stazionario, incomprimibile, irrotazionale e non viscoso. Tale teorema afferma che la somma della pressione, dell'energia potenziale per unità di volume e dell'energia cinetica per unità di volume è costante lungo una linea di flusso di un fluido perfetto:

$$p + \rho g z + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{costante}. \tag{13}$$

Il teorema di Bernoulli è una conseguenza del teorema delle forze vive, esprime cioè la conservazione dell'energia per i fluidi perfetti.