MAGNETOSTATICA – RIEPILOGO CONCETTI FONDAMENTALI

Se una carica di prova q che passa per un punto P con velocità $\vec{v}$ è soggetta ad una forza trasversale $\vec{F}$, allora nel punto P esiste una **induzione magnetica** ($\vec{B}$) tale che

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}. \tag{1}$$

La **magnetostatica** si limita a considerare le situazioni in cui i magneti occupano posizioni fisse nello spazio e le correnti che generano i campi magnetici sono stazionarie.

Una carica elettrica puntiforme q in moto con velocità $\vec{v}$ in una regione caratterizzata dalla presenza di un campo elettrico $\vec{E}$ e di un campo magnetico $\vec{B}$ è soggetta alla **forza di Lorentz**

$$\vec{F} = q[\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}]. \tag{2}$$

La forza determinata dal solo campo magnetico non compie lavoro in quanto è sempre perpendicolare alla traiettoria. Il campo elettrico invece in generale compie lavoro, a meno che la carica si muova su una superficie equipotenziale del campo.

Un filo rettilineo percorso da una corrente i ed immerso in un campo magnetico $\vec{B}$ è soggetto alla forza

$$\vec{F} = i\vec{l} \times \vec{B}, \tag{3}$$

con i corrente e $\vec{l} = l\hat{n}$, con l lunghezza del conduttore e $\hat{n}$ diretto come il filo e con verso uguale al verso in cui fluisce la corrente elettrica. Tale relazione va sotto il nome di **seconda legge di Laplace**.

Dato un circuito filiforme di forma qualsiasi, chiuso e lunghezza l e nel quale fluisca una corrente i, il vettore induzione magnetica in un punto P generico è dato dalla **legge di Biot e Savart**:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \oint_l \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}, \tag{4}$$

con $\vec{r}$ distanza (vettoriale) tra un punto generico del circuito e il punto P e $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T·m/A permeabilità magnetica del vuoto. La forma infinitesima di questa legge va sotto il nome di **prima legge di Laplace**. Nel caso particolare di filo rettilineo si ha

$$\vec{B} = \frac{\mu_o i}{2\pi} \frac{\hat{l} \times \vec{a}}{a^2}, \tag{5}$$

con $\vec{a}$ vettore avente per modulo la distanza del filo dal punto P, direzione perpendicolare al filo e verso che va dal filo al punto P, e $\hat{l}$ versore diretto come il filo e con verso concorde con quello della corrente. Il modulo di $\vec{B}$ vale quindi

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi a}. \tag{6}$$

Le line di campo magnetico sono circonferenze con centro nel filo e giacenti in un piano perpendicolare al filo. Si noti che le linee del campo elettrostatico non possono avere questa forma in quanto non sono chiuse ma partono dalle cariche positive (sorgenti) e finiscono sulle cariche negative (pozzi).

Ricordiamo che il teorema di Gauss per il campo elettrico afferma che il flusso del campo elettrico $\vec{E}$ attraverso una superficie chiusa S è uguale alla somma algebrica delle cariche elettriche contenute all'interno della superficie chiusa considerata, divisa per la costante dielettrica del vuoto ϵ_0:

$$\Phi_S(\vec{E}) = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_i. \tag{7}$$

Nel caso del campo magnetico $\vec{B}$ abbiamo invece

$$\Phi_S(\vec{B}) = 0, \tag{8}$$

vale a dire che il campo magnetico, a differenza del campo elettrico, è **solenoidale**. La differenza tra le formule per i flussi attraverso una superficie chiusa del campo elettrico e magnetico è conseguenza dell'assenza di monopoli magnetici.

Una corrente elettrica in un circuito qualsiasi dà luogo ad un campo magnetico le cui linee di flusso sono tutte **concatenate** con il circuito. Il flusso di induzione magnetica attraverso una qualsiasi superficie avente il circuito come contorno è sempre lo stesso. Chiamiamo **flusso autocancatenato** il flusso del campo magnetico attraverso una qualsiasi superficie avente come contorno il circuito che genera il campo. Tale flusso è perpendicolare alla corrente che circola nel circuito,

$$\Phi_a(\vec{B}) = L\, i, \tag{9}$$

con la costante di proporzionalità L chiamata **induttanza** (o coefficiente di autoinduzione) del circuito.

Il **teorema di Ampère** (o legge di Ampère) afferma che l'integrale lungo una linea chiusa l del vettore induzione magnetica $\vec{B}$ (vale a dire la **circuitazione** di $\vec{B}$ lungo l) è uguale alla somma algebrica delle correnti elettriche concatenate a l moltiplicata per la costante di permeabilità magnetica del vuoto μ_0:

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_k i_k. \tag{10}$$

Ciascuna corrente va contata come positiva o negativa a seconda che fluisca in verso concorde o discorde con quello della mano destra quando le altre quattro dita sono disposte nel verso fissato come positivo sulla linea l, ed essendo contata n volte se n è il numero di volte che la linea è concatenata con la corrente.
Notiamo che questo teorema è valido in questa forma solamente se le correnti sono **stazionarie**. Vedremo più avanti la sua generalizzazione al caso non stazionario.