X-Entanglement of PDC photon pairs

Lucia Caspani
Como, 12 Novembre 2008

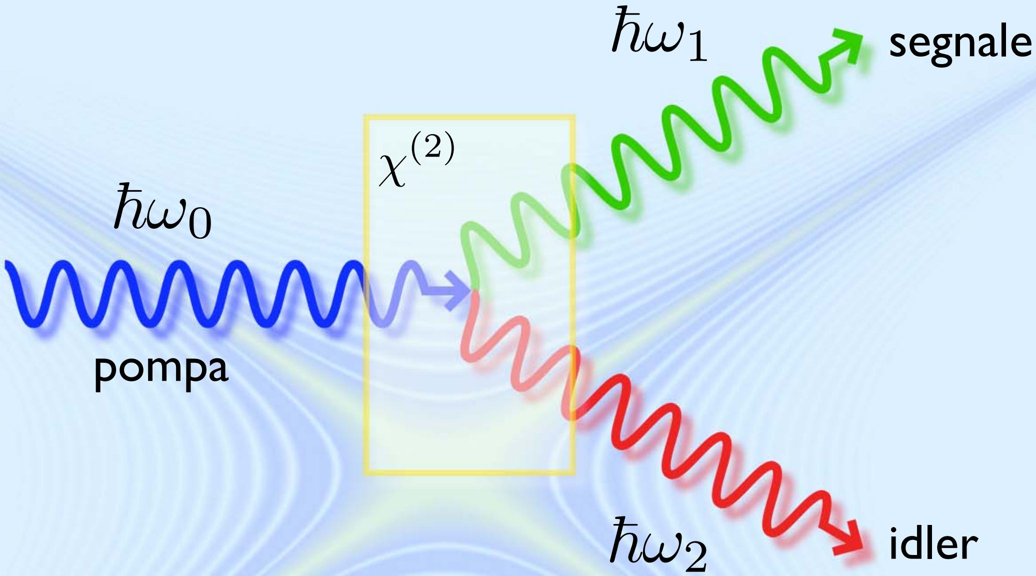
Obiettivo

Studio delle correlazioni spazio-temporali a livello quantistico nel processo di fluorescenza parametrica

SPAZIALE

SPAZIO-TEMPORALE

Processo fisico: fluorescenza parametrica (PDC)

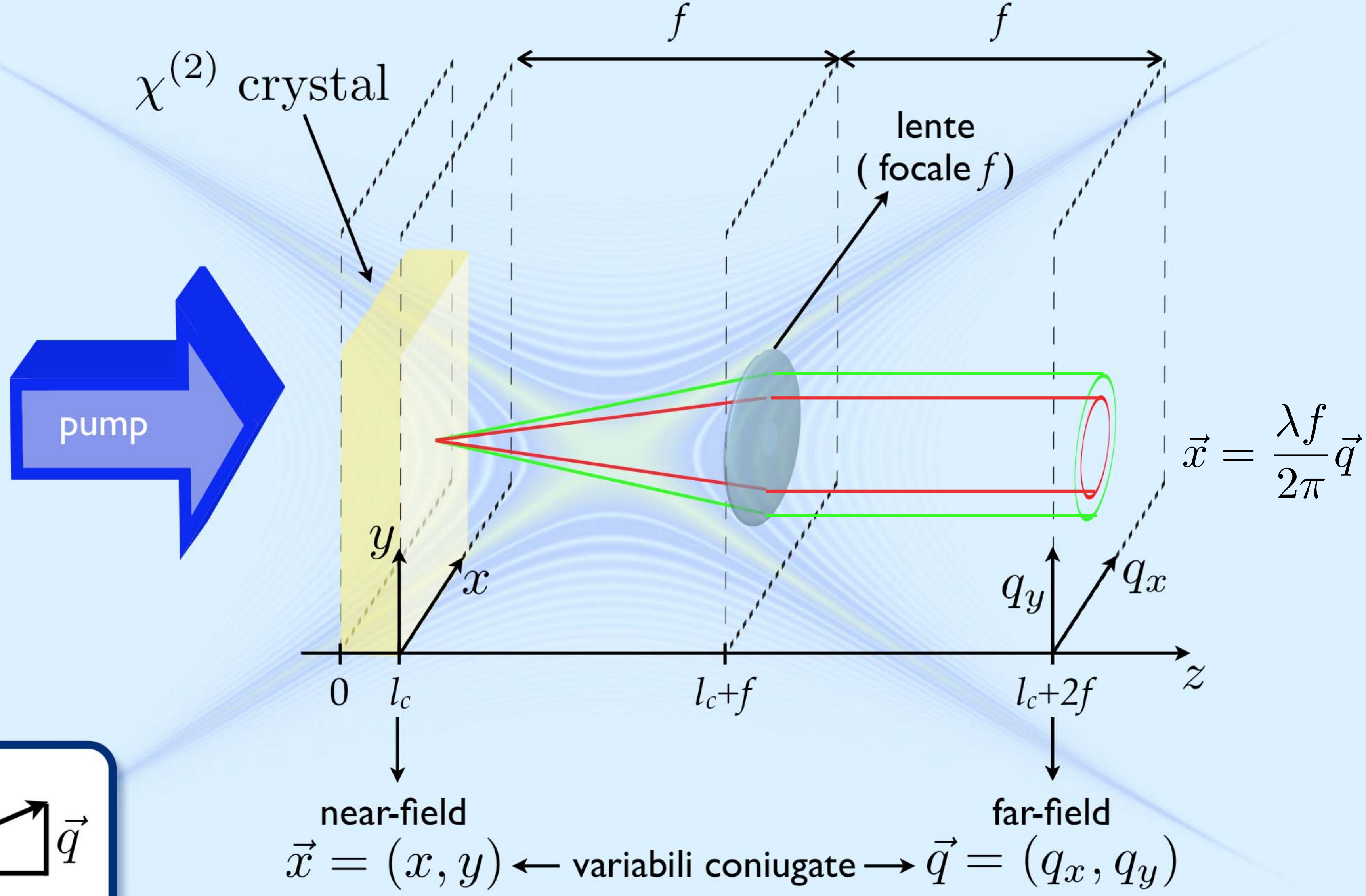


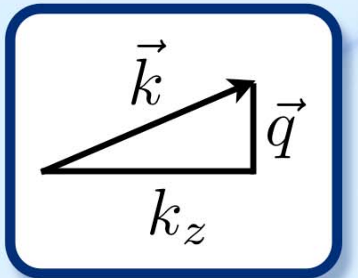
Conservazione di energia e momento:

$$\begin{cases} \omega_0 = \omega_1 + \omega_2 & \text{Frequency matching} \\ \vec{k}_0 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 & \text{Phase matching} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Correlazioni a livello quantistico

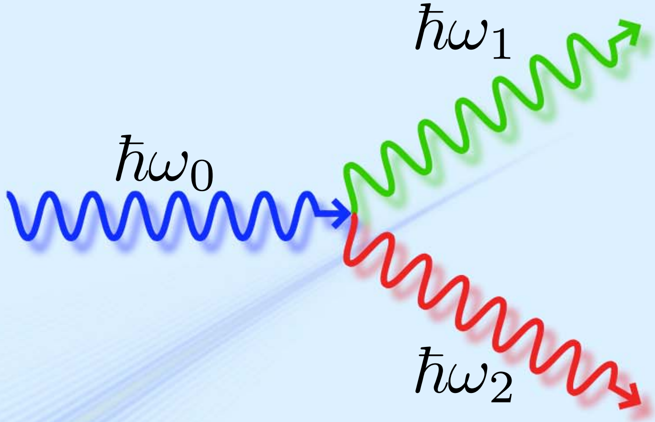
Sistema di riferimento





Il modello

Equazioni di Maxwell: $P=P_L+P_{NL}$, $P_{NL} \propto E^2$



segnale

$$\frac{d}{dz}\hat{a}_1(\vec{q},\omega) =$$

$$= \chi \int d\vec{q}\,' \int d\omega' \alpha_0(\vec{q}+\vec{q}\,',\omega+\omega')\hat{a}_2^\dagger(\vec{q}\,',\omega')\mathrm{e}^{-i\Delta_{12}(\vec{q},\vec{q}\,';\omega,\omega')z}$$

campo
di pompa

idler

$$\hat{E}^{(+)}(z,\vec{x},t) = \int \frac{d\vec{q}}{2\pi} \int \frac{d\omega}{\sqrt{2\pi}} \hat{A}(z,\vec{q},\omega)e^{i\vec{q}\vec{x}}e^{-i\omega t}$$

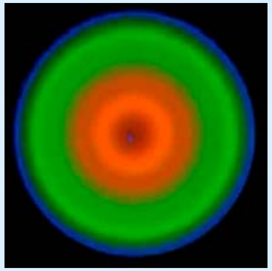
isolando la propagazione lineare $\longrightarrow$ $\hat{A}(z,\vec{q},\omega) = e^{ik_z(\vec{q},\omega)z}\hat{a}(z,\vec{q},\omega)$

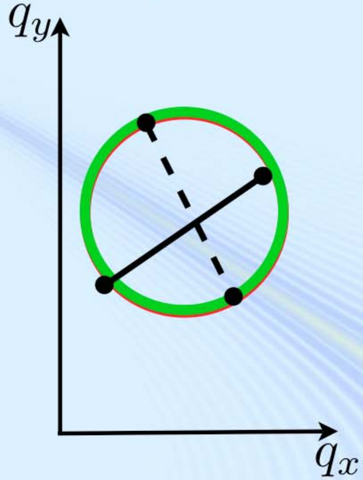
Funzione di phase-mismatch:

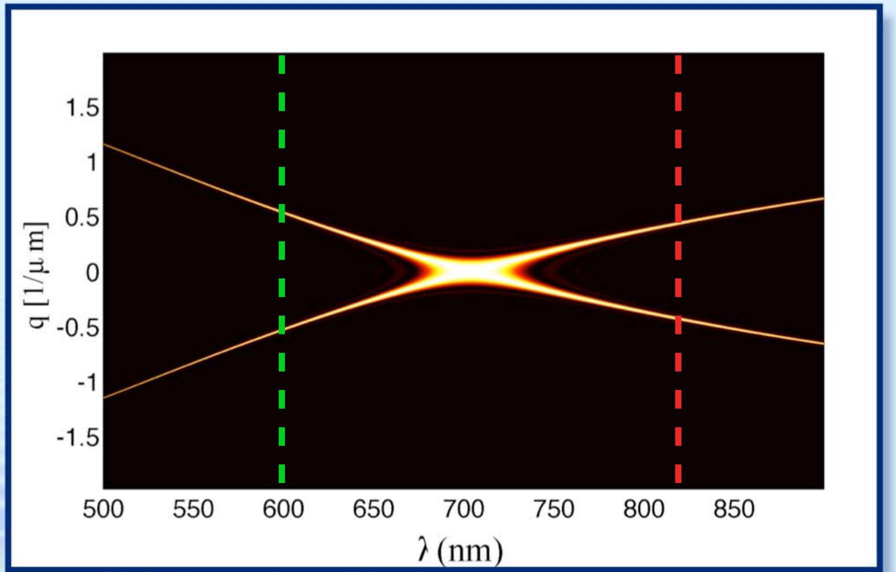
$$\Delta_{12}(\vec{q},\vec{q}\,';\omega,\omega') = k_{1z}(\vec{q},\omega) + k_{2z}(\vec{q}\,',\omega') - k_{0z}(\vec{q}+\vec{q}\,',\omega+\omega')$$

Far-field: PDC di tipo I e di tipo II

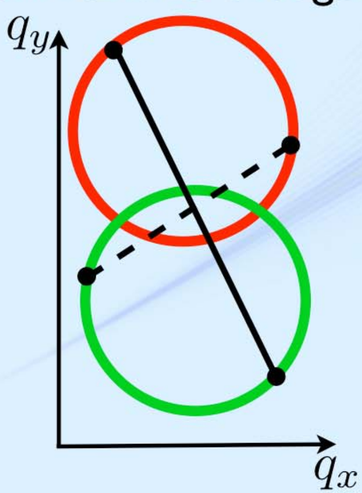
Tipo I
(stessa polarizzazione)

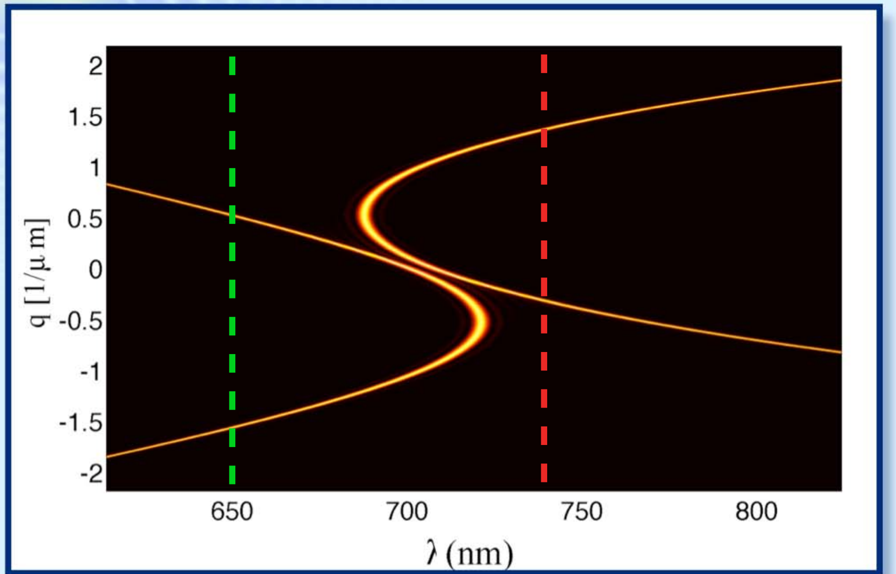






Tipo II
(polarizzazione ortogonale)





Second Order Correlation function (intensità)

$G^{(2)}$: Probabilità di trovare un fotone idler nel punto x_2 al tempo t_2 se il fotone segnale è stato misurato nel punto x_1 al tempo t_1

Near-field: $z = l_c$

$$G^{(2)}(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_2, t_2) \equiv$$

$$\langle \hat{a}_1^\dagger(l_c, \vec{x}_1, t_1)\hat{a}_2^\dagger(l_c, \vec{x}_2, t_2)\hat{a}_1(l_c, \vec{x}_1, t_1)\hat{a}_2(l_c, \vec{x}_2, t_2)\rangle =$$

$$\underbrace{\langle \hat{a}_1^\dagger(\vec{x}_1, t_1)\hat{a}_1(\vec{x}_1, t_1)\rangle}_{\text{Intensità campo 1}}\underbrace{\langle \hat{a}_2^\dagger(\vec{x}_2, t_2)\hat{a}_2(\vec{x}_2, t_2)\rangle}_{\text{Intensità campo 2}} + |\underbrace{\langle \hat{a}_1(\vec{x}_1, t_1)\hat{a}_2(\vec{x}_2, t_2)\rangle}_{\text{biphoton amplitude}}|^2$$

$$\boxed{\psi(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_2, t_2) = \langle \hat{a}_1(\vec{x}_1, t_1)\hat{a}_2(\vec{x}_2, t_2)\rangle}$$

Calcolo della biphoton amplitude

$$\hat{a}_1(l_c, \vec{q}, \omega) - \hat{a}_1(0, \vec{q}, \omega) =$$

$$= \chi \int_0^{l_c} dz' \int d\vec{q}\,' \int d\omega' \alpha_0(\vec{q} + \vec{q}\,', \omega + \omega') \hat{a}_2^\dagger(z', \vec{q}\,', \omega')\, \mathrm{e}^{-i\Delta_{12}(\vec{q}, \vec{q}\,'; \omega, \omega')z'}$$

In generale non risolvibile analiticamente

1. PWPA approximation $\quad \alpha_0(\vec{q} + \vec{q}\,', \omega + \omega') \longrightarrow \alpha_0 \cdot \delta(\vec{q}, -\vec{q}\,')\delta(\omega, -\omega')$

2. Sviluppo perturbativo al primo'ordine nel parametro di guadagno ($g = \chi\, \alpha_0 l_c << 1$)

- pompa sufficientemente "lunga" e "larga"

$$\psi(\vec{x}_1, t_1, \vec{x}_2, t_2) = g A_0\left(\frac{\vec{x}_1 + \vec{x}_2}{2}, \frac{t_1 + t_2}{2}\right) \psi_{PW}(\vec{x}_1 - \vec{x}_2, t_1 - t_2)$$

Calcolo della biphoton amplitude: PWPA

$$\psi_{PW}(\vec{x}_1 - \vec{x}_2, t_1 - t_2) = \int \frac{d\vec{q}}{2\pi} \int \frac{d\omega}{\sqrt{2\pi}} e^{-i\omega(t_1-t_2)} e^{i\vec{q}(\vec{x}_1-\vec{x}_2)} V(\vec{q},\omega)$$

$$V(\vec{q},\omega) = \text{sinc}\left(\frac{\Delta_{PW}(\vec{q},\omega)l_c}{2}\right) e^{i\frac{\Delta_{PW}(\vec{q},\omega)l_c}{2}}$$

A. Ulteriori approssimazioni: risultato qualitativo

- interazione di tipo I
- approssimazione quadratica in q e ω per la funzione di phase mismatch:

$$\Delta_{PW}(\vec{q},\omega)l_c \simeq \Delta_0 l_c + \frac{\omega^2}{\Omega_0^2} - \frac{q^2}{q_0^2}$$

$$\psi_{PW}(r,t) \propto \int_0^1 \frac{e^{is\Delta_0 + i\frac{q_0^2 r^2 - \Omega_0^2 t^2}{4s}}}{s^{3/2}} ds$$

$$r = |\vec{x}_1 - \vec{x}_2|, \quad t = t_1 - t_2$$

$$q_0^2 r^2 - \Omega_0^2 t^2 = \text{cost.}$$

Asintoti $r = \pm \frac{\Omega_0}{q_0} t$

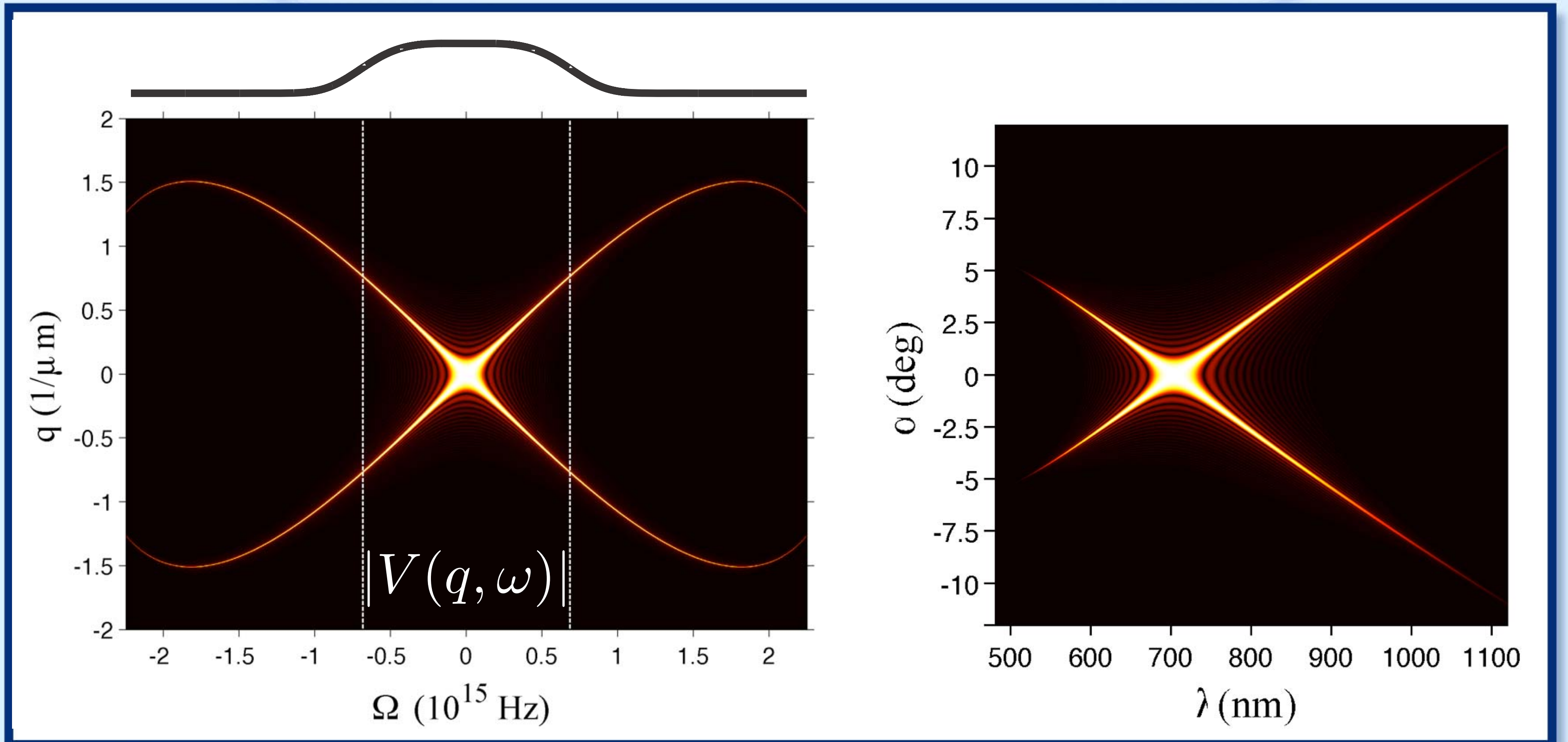
DIVERGE!

B. Integrazione Numerica: risultato quantitativo

Risultati integrazione numerica

Cristallo BBO tipo I da 4 mm, λ_p=352 nm, ϑ_p=33.4°

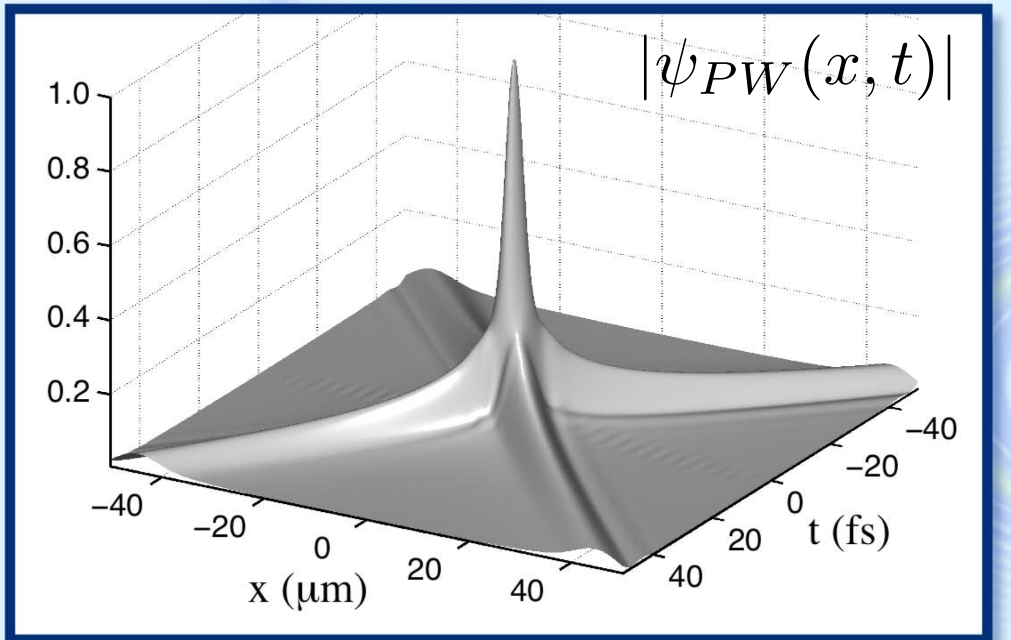
Curve di phase-matching

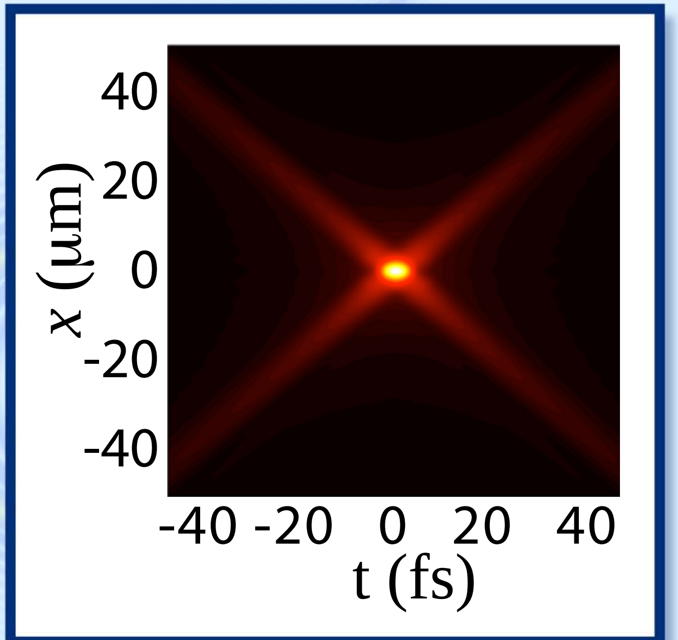


Risultati integrazione numerica - Tipo I

Cristallo BBO tipo I da 4 mm, λ_P=352 nm, ϑ_P=33.4°, g=10^{-3}

Biphoton amplitude



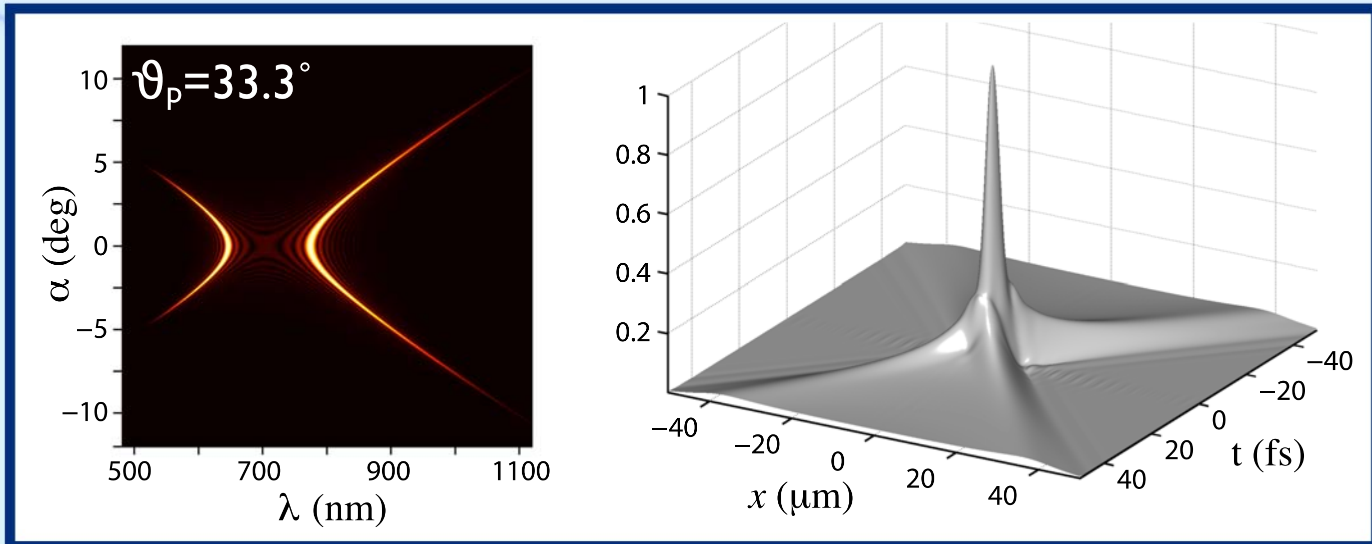


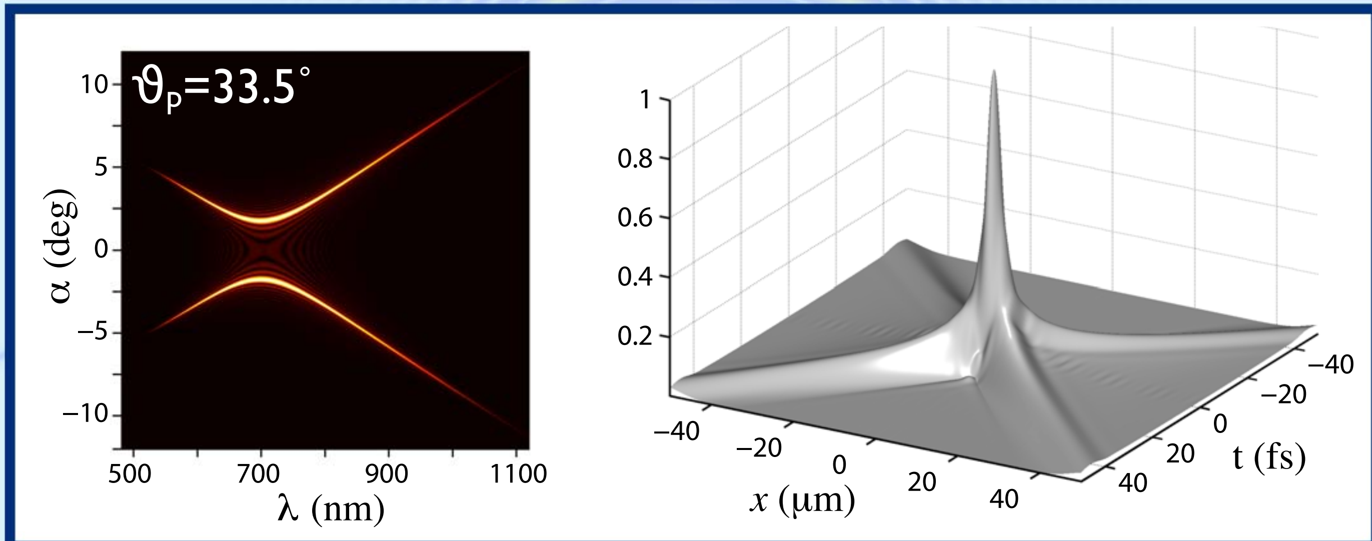
Struttura a X, non separabile in x e t !!!

Risultati integrazione numerica - Tipo I

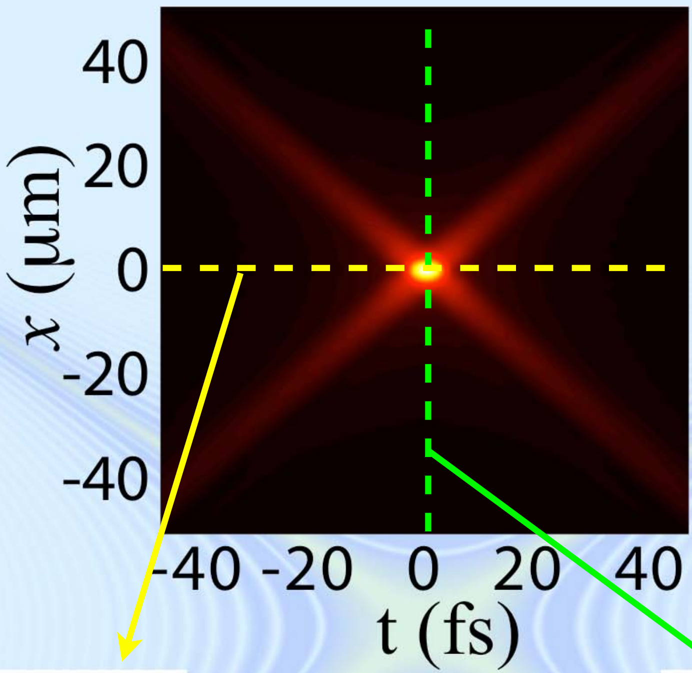
Cristallo BBO tipo I da 4 mm, λ_p=352 nm, g=10^{-3}

Biphoton amplitude, diversi angoli di tuning del cristallo

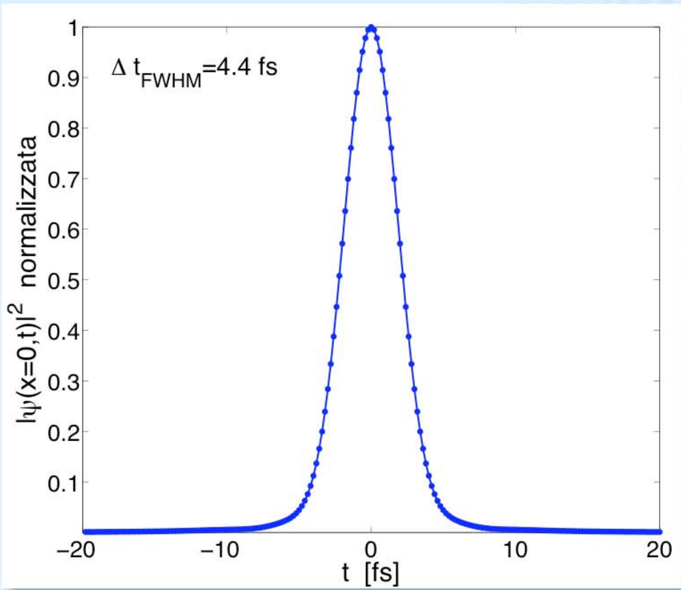


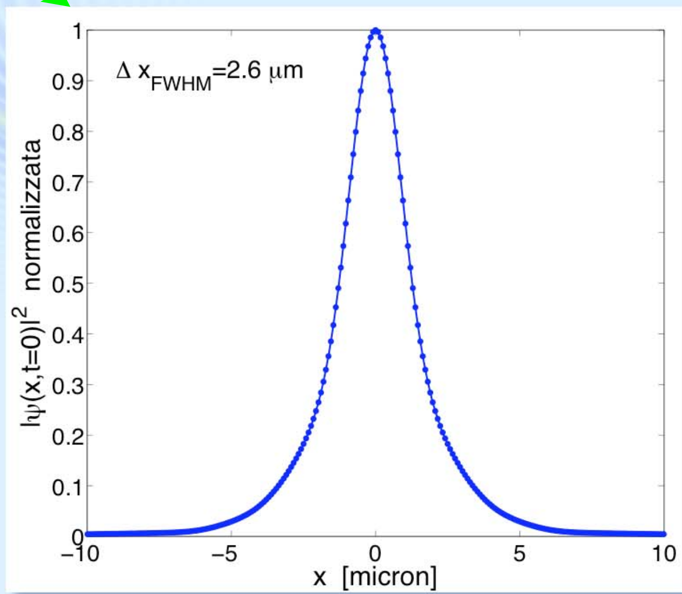


Localizzazione

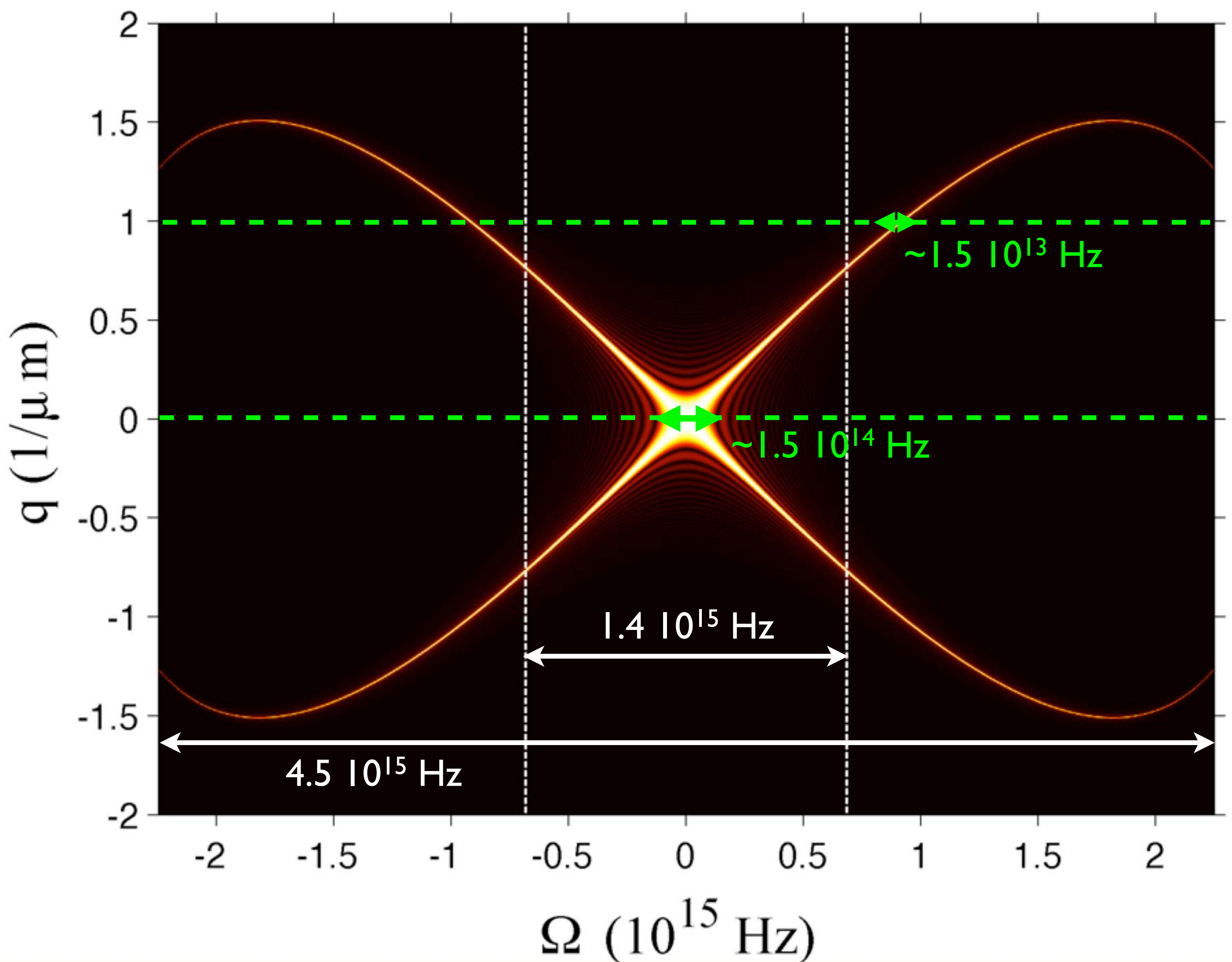


Estrema localizzazione di un fotone rispetto all'altro, sia nello spazio che nel tempo



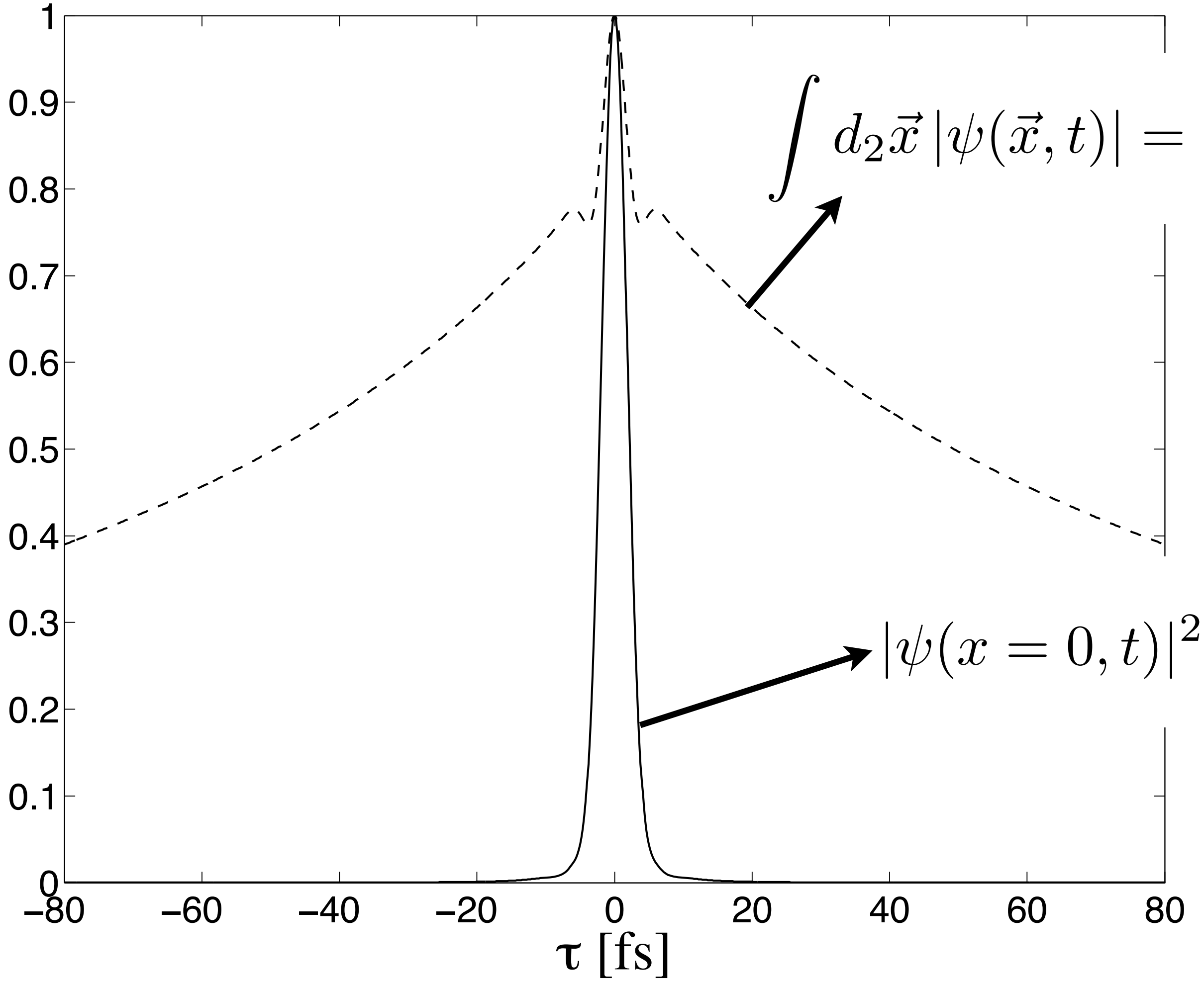


Origine della localizzazione



Near vs Far-field

La localizzazione deriva dalla possibilità di risolvere spazialmente i fotoni nel near-field



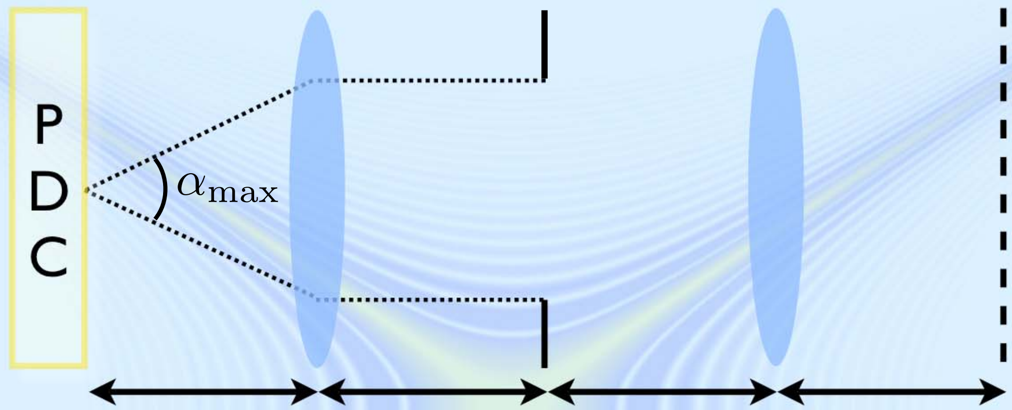
$$\int d_2\vec{x}\,|\psi(\vec{x},t)| = \int d_2\vec{q}\,|\psi(\vec{q},t)|^2 \simeq 100\,\mathrm{fs}$$

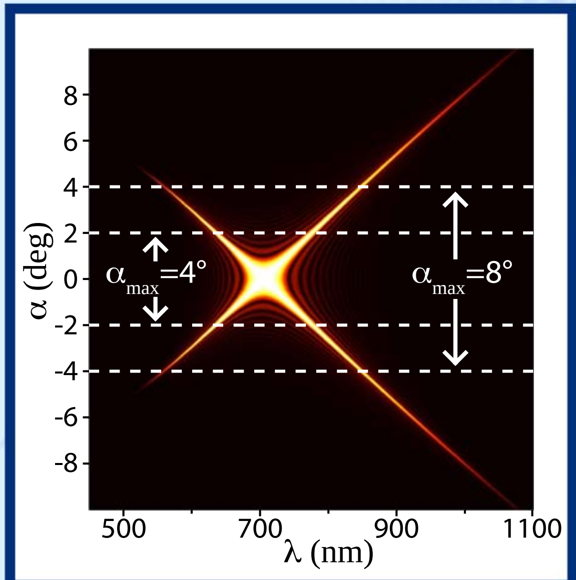
$$|\psi(x=0,t)|^2 = \left|\int d_2\vec{q}\,\psi(\vec{q},t)\right|^2 \simeq \ \mathrm{fs}$$

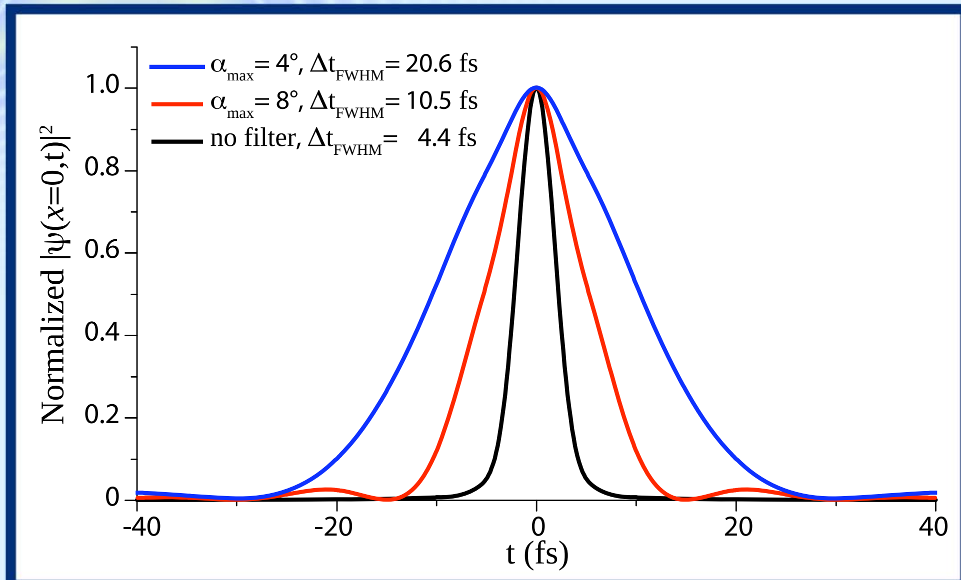
Tailoring: filtraggio spaziale

Grazie alla struttura non separabile è possibile modificare le proprietà temporali agendo su quelle spaziali

Filtro spaziale

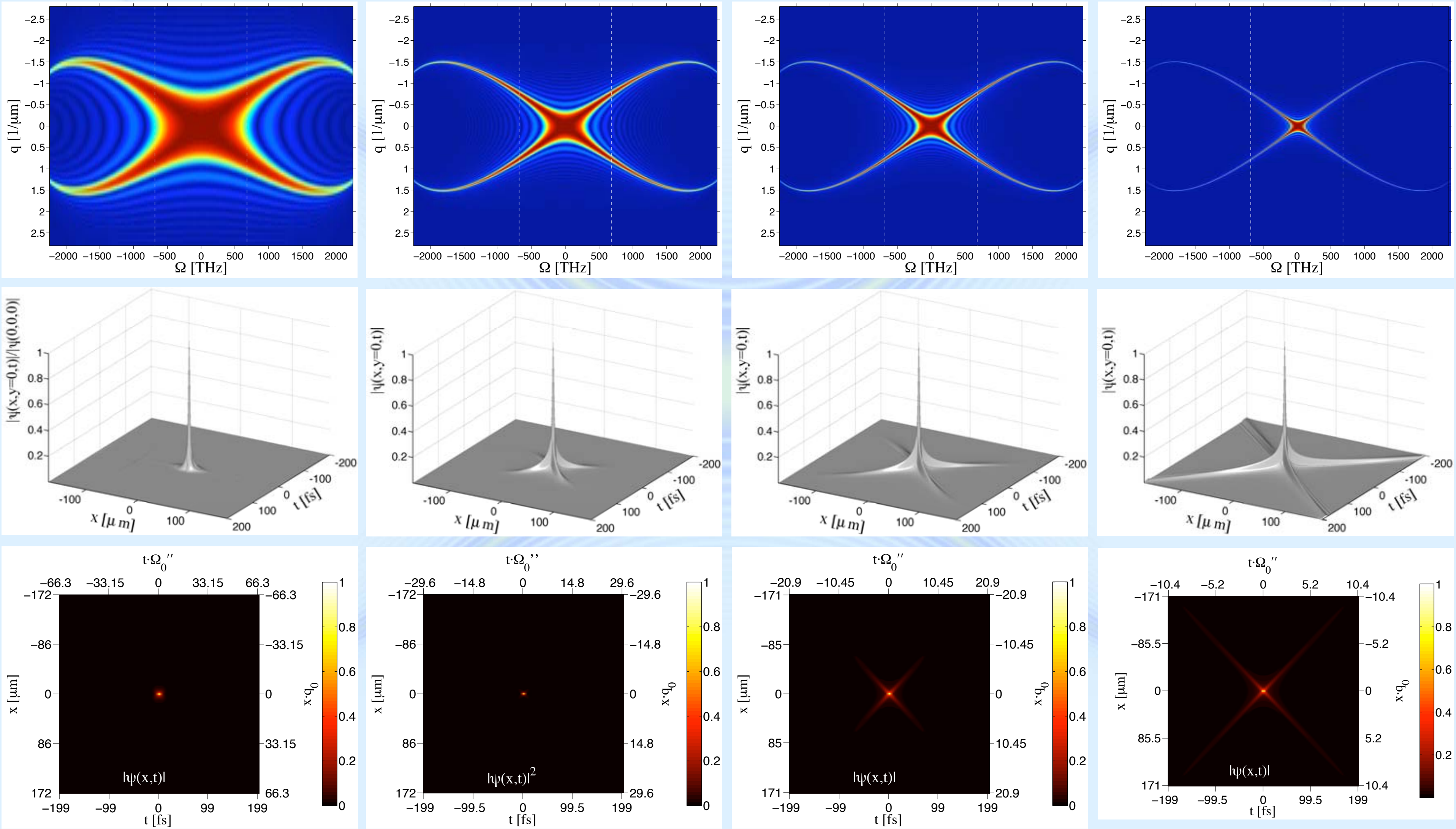






II Risultati integrazione numerica - Tipo I - Variazione l_c

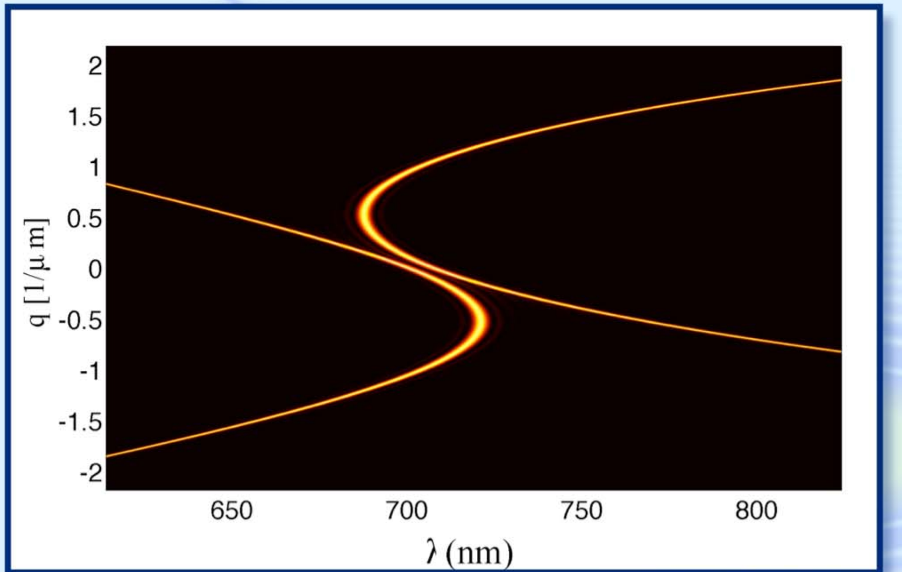
l_c=0.1mm | l_c=0.5mm | l_c=1mm | l_c=4mm



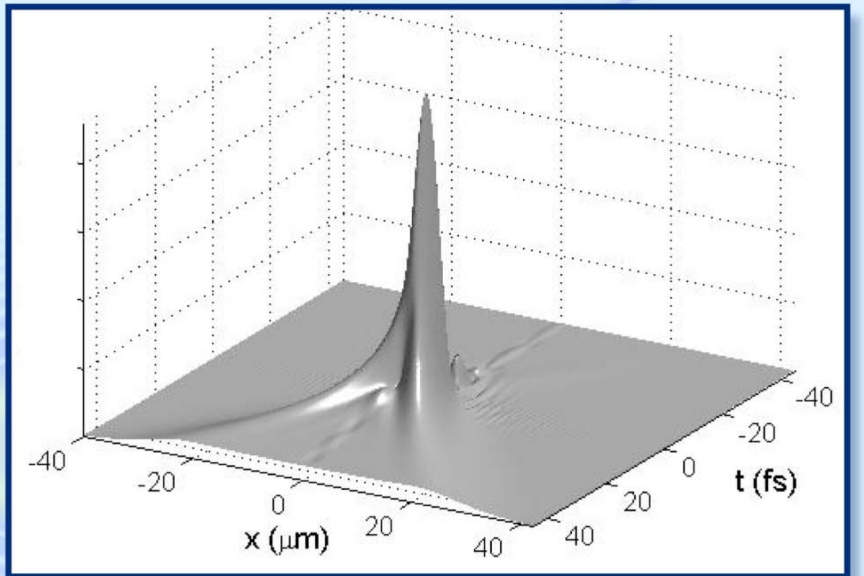
Risultati integrazione numerica: Tipo II

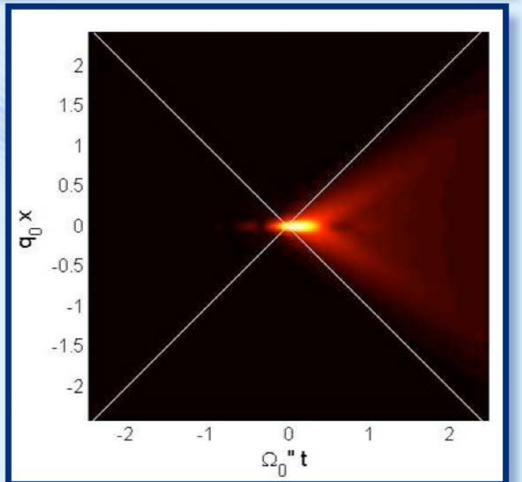
Cristallo BBO tipo II da 4 mm, λ_p=352 nm, ϑ_p=49.05°, g=10^{-2}

Curve di phase matching



Biphoton amplitude

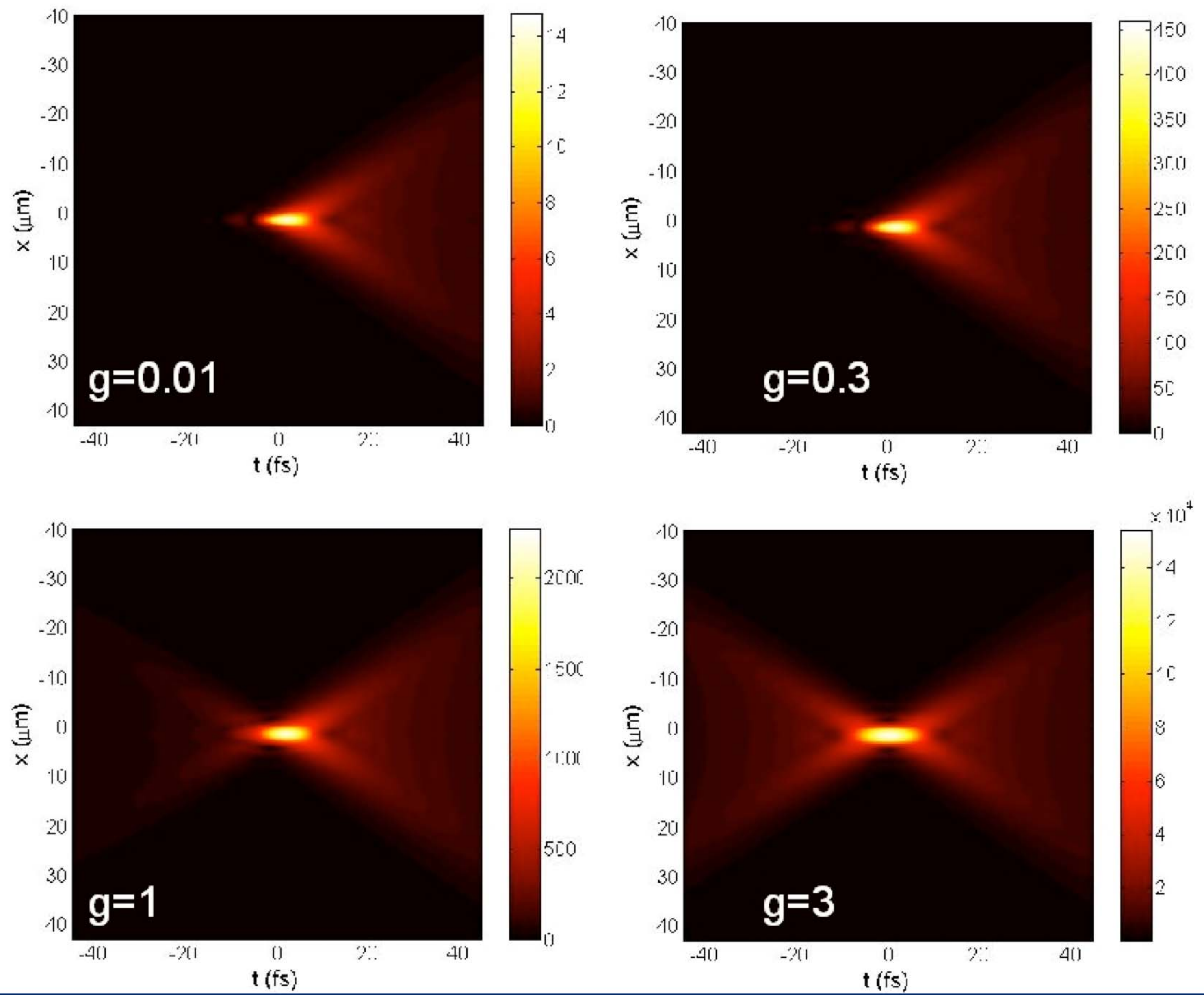




Differenza della velocità di gruppo:
X-Entanglement→Y-Entanglement

Il fotone con polarizzazione straordinaria è più lento:
t_2-t_1>0

Tipo II: transizione da Y-Entanglement a X-Entanglement



Conclusioni

- Caratterizzazione della struttura spazio-temporale dello stato entangled generato tramite PDC

- Struttura a X non separabile nelle variabili spaziali e temporale

- Inusuale localizzazione relativa, sia spazialmente (~µm) che temporalmente (~fs), dei fotoni gemelli

- Possibilità di modificare le proprietà temporali dello stato agendo su quelle spaziali

FP7 Fet Open project of the European Community

High Dimensional Entagled Systems

Start date: October 1, 2008
Coordinated by University of Insubria:
- L.A. Lugiato (admistrative coordinator)
- A.Gatti (scientific coordinator)

Como

L.A. Lugiato, A. Gatti,
E. Brambilla, L. Caspani

P. Di Trapani, O. Jedrkiewicz, M. Clerici

- UPMC (C.Fabre, E. Giacobino) - Paris
- Strathclyde University (S. Barnett, M. Padgett) - Glasgow
- Lille University (M. Kolobov)
- Leiden University (H. Woerdman)
- Copenhagen University (E. Polzik)
- St. Petersbug University (I. Sokolov)
- Camberra University (H. Bachor) - Australia

"This project aims at a breakthrough in the information capacity of quantum communication, by exploiting the intrinsic multivariate and multi-modal character of the radiation field, which involves spatial, temporal and polarization degrees of freedom. The long term vision underlying our project is that of a broadband quantum communication, where all the physical properties of the photons are utilized to store information"

www.hideas.dfm.uninsubria.it