

Nome e Cognome: _____

Matricola: _____

Data: _____

Esonero Matematica Discreta: Episode I

Si risolvano i seguenti esercizi GIUSTIFICANDO i calcoli e le risposte.

1. Siano $z = \sqrt{2}(1 + i)$, $w = 2 - i$, ove i indica l'unità immaginaria.
 - (a) Si determinino $\mathcal{R}(zw)$ e $\mathcal{I}(z/w)$, ove \mathcal{R} indica la parte reale e \mathcal{I} quella immaginaria;
 - (b) si calcoli il modulo di zw^2 ;
 - (c) provare che $\frac{w+\bar{z}}{\bar{w}+z}$ ha modulo 1;
 - (d) provare che $|t| = 0$ sse $t = 0$, ove $t \in \mathbb{C}$;

2. Sia A la matrice

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 5 \\ -3 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

- (a) Si calcolino $S = \frac{A+A^t}{2}$ e $T = \frac{A-A^t}{2}$, ove A^t indica la trasposta di A ;
 - (b) provare che $A = S + T$;
 - (c) mostrare che $\det(A) \neq \det(S) + \det(T)$;
 - (d) calcolare la matrice aggiunta di A .
3. Sia V l'insieme delle matrici reali 2×3 .
 - (a) Dimostrare che V è un spazio vettoriale;
 - (b) si provi che il sottoinsieme W di V delle matrici la cui prima colonna è nulla è un sottospazio di W ;
 - (c) mostrare che ogni elemento di W è combinazione lineare delle matrici E_{ij} , $i = 2, 3$, $j = 1, 2$, ove E_{ij} ha tutti gli elementi nulli tranne quello in posizione i, j che vale 1;
 - (d) mostrare che la chiusura lineare di $S = \{ww^t : w \in W\}$ coincide con tutte le matrici quadrate simmetriche 2×2 .