Cognome e Nome: ____________________________
Matricola: ________________________________
Data: ____________________________________

Algebra II

1. Determinare tutti i polinomi irriducibili di grado 2 sul campo con 5 elementi $\mathbb{F}_5$. Sia $g(x) = x^2 - 2$. Mostrare che $K = \mathbb{F}_5[x]/\langle g(x) \rangle$ è un campo di ordine 25 isomorfo all'insieme delle matrici

$$\left(\begin{array}{cc} a & b \\ 2b & a \end{array} \right), a, b \in \mathbb{F}_5.$$

2. Sia $F = \mathbb{F}_2$, $V = F^4$ e $C = \{v \in V \ : \ a \cdot v = 0, b \cdot v = 0\}$, ove $\cdot$ indica il consueto prodotto scalare e $a = (1, 0, 0, 1)$, $b = (0, 0, 1, 1)$. Dimostrare che C è un codice lineare e determinarne una matrice generatrice ed una matrice di controllo. Calcolare la distanza minima di C.

3. Calcolare il polinomio enumeratore omogeneo $w_C(x, y)$ per codice di Hamming su $\mathbb{F}_4$ di lunghezza 5 e applicare il Teorema di MacWilliams per valutare $d_{\min}(C^{\perp})$.