Cognome e Nome: ______________________
Matricola: ______________________
Data: ______________________

Algebra II

Risolvere coll'ausilio di MAPLE.

1. Determinare tutti i polinomi irriducibili di grado 3 sul campo con 3 elementi $\mathbb{F}_3$. Sia $g(x) = x^3 - x + 1$. Mostrare che $K = \mathbb{F}_5[x]/\langle g(x) \rangle$ è un campo di ordine 27 isomorfo all'insieme delle matrici $aI + bM + cM^2$ ove $a, b, c \in \mathbb{F}_3$ e
$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Sia $F = \mathbb{F}_{25}$, $V = F^4$ e $C = \{v \in V : a \cdot v = 0, b \cdot v = 0\}$, ove $\cdot$ indica il consueto prodotto scalare e $a = (\alpha, 0, 0, 1)$, $b = (0, 0, 1, \alpha)$, $\alpha^2 + 1 = 0$.

   (a) Dimostrare che C è un codice lineare;

   (b) esibire una matrice generatrice G ed una matrice di controllo H per C;

   (c) calcolare dimensione e distanza minima di C e stabilire se C è un MDS codice.

3. Sia C il codice lineare su $F = \mathbb{F}_4$ generato dai vettori $e_{2i-1} + e_{2i}$, $i = 1, 2, 3$ in F^6.

   (a) Si mostri che $C = C^{\perp}$;

   (b) si provi che il peso di Hamming di ogni elemento di C è pari;

   (c) USANDO la formula di MacWilliams determinare il polinomio enumeratore $w_C(x, y)$ di C.