

Nome e Cognome: _____
Matricola: _____

Algebra I

1. Sia $G = C_2 \times Alt_4$.
 - (a) Provare che $|G| = 24$;
 - (b) Determinare $Z(G)$;
 - (c) Esibire almeno due elementi di G' .
2. Sia $G = \langle a \mid a^{15} = 1 \rangle$ un gruppo ciclico di ordine 15.
 - (a) Determinare $b, c \in G$ tali che $G = \langle b \rangle \times \langle c \rangle$ con $o(b) = 3$ e $o(c) = 5$;
 - (b) Determinare tutti i $b' \in \langle b \rangle$ e $c' \in \langle c \rangle$ tali che $G = \langle b' \rangle \times \langle c' \rangle$;
 - (c) Dedurre che $\phi(15) = \phi(3)\phi(5)$, ove ϕ denota la funzione di Eulero.
3. Sia $G = D_{14}$ il gruppo diedrale ordine 14.
 - (a) Determinare G' , il sottogruppo derivato;
 - (b) Mostrare che G' è ciclico e elencare i suoi generatori;
 - (c) Dimostrare che $G/G' \simeq C_2$.