

Nome e Cognome: _____

Matricola: _____

Data: _____

Algebra I

1. Determinare gli elementi primitivi di $\mathbb{Z}/15$;
2. Sia $\mathbb{P} := \mathbb{N}_{>0}$ e $a * b := ab^2$, $\forall a, b \in \mathbb{P}$.
 - (a) Dimostrare che $*$ definisce un'operazione binaria su \mathbb{P} ;
 - (b) Provare che $*$ non è associativa;
 - (c) Mostrare che 1 è un elemento neutro a destra, ossia $a * 1 = a$, $\forall a \in \mathbb{P}$;
 - (d) Fornire la definizione di elemento neutro a sinistra e mostrare che 1 non è un elemento neutro a sinistra;
 - (e) Un'operazione binaria \dagger su un insieme X si dice potenza-associativa se $(x \dagger x) \dagger x = x \dagger (x \dagger x)$, $\forall x \in X$. Dimostrare che un'operazione associativa è potenza-associativa;
 - (f) Determinare $a \in \mathbb{P}$ tali che $(a * a) * a = a * (a * a)$.
3. Determinare tutte le soluzioni intere di $115x + 75y = 5$.