

Nome e Cognome: _____
Matricola: _____

Algebra I

1. Sia G il gruppo delle simmetrie di un rettangolo.
 - (a) Scrivere la tabella moltiplicativa di G ;
 - (b) Indicare sotto quali condizioni sulla sua tabella moltiplicativa un gruppo risulta essere abeliano;
 - (c) Determinare il sottogruppo derivato di G .
2. Siano A e B rispettivamente 2 e 3 sottogruppi di Sylow di $G = \text{Sym}(3)$.
 - (a) Provare che $A \cap B = 1$ e $G = AB$;
 - (b) Mostrare che ogni $g \in G$ si scrive in un ed un solo modo come ab con $a \in A$ e $b \in B$;
 - (c) Provare che B è normale in G .
3. Sia F il campo delle classi di resto modulo 7 e G il gruppo affine su F .
 - (a) Provare che $|G| = 2 \cdot 3 \cdot 7$;
 - (b) mostrare che $N_G(D) = D$ ove $D = \{\tau_{a,0} : x \mapsto ax \mid a \in F^*\}$;
 - (c) provare che tutti i p -sottogruppi di Sylow di G sono abeliani.