

ESERCIZI TEORIA DEI GRUPPI FOGLIO 7

- (1) Sia $\pi : G \rightarrow H$ un omomorfismo suriettivo (epimorfismo) di gruppi. Per ogni sottoinsieme S di H sia $\pi^{-1}(S) = \{g \in G : \pi(g) \in S\}$.
- (a) Provare che se $K \leq H$, allora $\pi^{-1}(K) \leq G$;
 - (b) Mostrare che se $L \leq G$, allora $\pi^{-1}(\pi(L)) = NL$, ove $N = \ker \pi$;
 - (c) Provare che se $|\pi^{-1}(K) : \pi^{-1}(M)| = |K : M|$, ove $M \leq K \leq H$.
- (2) Sia $G = Sym(4)$ e $V = \langle (12)(34), (13)(24) \rangle$ il sottogruppo normale trirettangolo.
- (a) Dimostrare che $H = \{g \in G : 1^g = 1\}$ è un sottogruppo isomorfo a $Sym(3)$
 - (b) Sia π l'epimorfismo canonico da G in G/V . Provare che $\ker \pi \cap H = 1_G$
 - (c) Provare che G/V è isomorfo ad H
 - (d) Determinare $\pi(K)$, ove $K = \langle (123) \rangle$, e mostrare che è un sottogruppo di G/V
- (3) Sia $G = D_8$, il gruppo delle isometrie di un quadrato.
- (a) Determinare tutti i sottogruppi di G
 - (b) Esibire un sottogruppo normale di ordine 2 e uno di ordine 4
 - (c) Mostrare che la loro intersezione è un sottogruppo normale.

E-mail address: andrea.previtali@uninsubria.it

Webpage: <http://scienze-como.uninsubria.it/previtali>

Date: April 22, 2009.

©Andrea Previtali

Per questioni username=CorsoAlgebraUnoComo@gmail.com passwd=algebrauno.