Nome e Cognome: ______________________________
Matricola: _______________

Algebra II

1. Sia $F = \mathbb{F}_p$ il campo con p elementi, p primo, e $G = \langle a : a^3 = e \rangle$ il gruppo ciclico di ordine 3. e sia V un FG-modulo V di dimensione 2.

   (a) Determinare per quali valori $\alpha, \beta \in F$, $R(a) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \alpha & \beta \end{pmatrix}$ defnisce una rappresentazione di G.

   (b) Per quali valori di p, α e β, $V = F^2$ risulta essere riducibile? completamente riducibile?

2. Sia $G = C_2 \times C_3$, ove C_n denota il gruppo ciclico di ordine n.

   (a) Determinare tutte le rappresentazioni irriducibili complesse di G.

   (b) Provare che se un elemento a di un'algebra associativa con unità e soddisfa $a^2 - a + e = 0$, allora $a^6 = e$.

   (c) Costruire un $\mathbb{Q}G$-modulo V irriducibile di dimensione 2.