

ALGEBRA II 2011.06.28

1) a) $A := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. $A^4 = I = B^2$ $A^B = -A = A^{-1}$

b) $A^4 = B^2 = I \Rightarrow a^4 = b^2 \in K$ $N = \langle a^2 \rangle \trianglelefteq G$ e $G/N = \langle \bar{a}, \bar{b} \mid \bar{a}^4 = \bar{b}^2 = \bar{e}, \bar{a}\bar{b} = \bar{a}^{-1} \rangle$
 $\cong D_8$ e $\bar{R}(\bar{x}) := R(x)$, ove $\bar{x} = Nx$, è fedele. Quindi $K = N \cong \mathbb{Z}/2$

c) $\exists a^4 \in Z(G) \cap K$

2) a) $\forall g \in G$ $g^6 = e$, quindi G non è ciclico

b) Sia $G = \langle a \rangle \times \langle b \rangle$ $R(a) = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $R(b) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

3) a) $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 6 & 0 & 0 \end{pmatrix} = a \otimes b$

b) $x^4 + 2x^3 - 19x^2 + 6x + 9$

c) Siccome $a \otimes b$ è simile ad $b \otimes a$, hanno lo stesso pol. caratteristico