Nome e Cognome: ____________________________
Matricola: ________________

Algebra II

1. Sia $G = C_4 \times C_2$, ove C_n denota un gruppo ciclico di ordine n.
   (a) Mostrare che G è abeliano;
   (b) Determinare tutte le rappresentazioni irriducibili di G;
   (c) Trovare una rappresentazione fedele di G.
2. Sia G il gruppo simmetrico su 3 oggetti e $K = \mathbb{F}_3$ il campo con 3 elementi.
   (a) Sia V il modulo di permutazione su K. Provare che $W = K(1,1,1)$ e $U = W^{\perp}$ sono sottomoduli di V.
   (b) Provare che $U \geq W$ e determinare l'azione di G su U/W.
   (c) Stabilire se U/W è isomorfo a W.
3. Sia G il gruppo ciclico di ordine 3.
   (a) Provare che $e_\chi = \frac{1}{3}\sum_{g\in G}\overline{\chi(g)}g$, ove $\chi \in Irr(G)$, sono elementi idempotenti centrali (primitivi) nell'algebra gruppo $A = \mathbb{C}G$.
   (b) Provare che $V_\chi = Ae_\chi$ sono G-sottomoduli di dimensione $\chi(1)^2$ di A pensato come modulo regolare.