

Cognome e Nome: _____

Matricola: _____

Data: _____

Teoria dei Codici

1. Determinare tutti i polinomi monici irriducibili di grado 2 sul campo con 5 elementi \mathbb{F}_5 . Sia $g(x) = x^2 - x + 1$. Mostrare che $K = \mathbb{F}_5[x]/\langle g(x) \rangle$ è un campo di ordine 25 isomorfo all'insieme delle matrici $aI + bM + cM^2$ ove $a, b, c \in \mathbb{F}_3$ e

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Sia $F = \mathbb{F}_4$, $V = F^4$ e $C = \{v \in V : a \cdot v = 0, b \cdot v = 0\}$, ove \cdot indica il consueto prodotto scalare e $a = (\alpha, 0, 0, 1)$, $b = (0, 0, 1, \alpha)$, $\alpha^2 + 1 = 0$.
 - (a) Dimostrare che C è un codice lineare;
 - (b) esibire una matrice generatrice G ed una matrice di controllo H per C ;
 - (c) calcolare dimensione e distanza minima di C e stabilire se C è un MDS codice.
3. Sia C il codice ciclico su \mathbb{F}_3 di lunghezza 3 generato dal polinomio $x^2 + x + 1$
 - (a) Determinare dimensione e distanza minima di C ;
 - (b) Calcolare C^\perp ;
 - (c) Usando la formula di MacWilliams determinare il polinomio enumeratore $w_{C^\perp}(x, y)$ di C^\perp .