Nome e Cognome: ______________________________
Matricola: _______________

Matematica Discreta

Teoria

T1 Definire un'equazione diofantea lineare e descrivere metodi risolutivi.

T2 Enunciare la definizione e fornire esempi di relazioni di equivalenza e di congruenza.

T3 Dare la definizione di omomorfismo di gruppi e di nucleo di un omomorfismo. Dimostrare che un omomorfismo è iniettivo se e solo se il suo nucleo è formato dal solo elemento neutro.

T4 Enunciare il teorema cinese del resto.

Esercizi

E1 Assumendo che $\sum_{k=1}^{n} k = p(n)$, per qualche polinomio $p(x) \in \mathbb{Q}[x]$ di grado al più 2, determinare esplicitamente tale polinomio. Fornire una dimostrazione della precedente identità usando l'induzione.

E2 I numeri di Fibonacci sono definiti dalla relazione ricorsiva $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$. Determinare $\rho \in \mathbb{R}$ tale che $F_n = \rho^n$.

E3 Si considerino i polinomi in $\mathbb{Q}[x]$:

- $x^4 - 5x^2 + 4$
- $x^4 + 2x^2 + 4$
- $x^4 - 5x^2 + 5$

Stabilire se hanno radici in $\mathbb{Q}$. Stabilire quali sono irriducibili e fattorizzare quelli riducibili in fattori irriducibili in $\mathbb{Q}[x]$.

E4 Trovare tutti gli elementi invertibili (o unità) degli anelli $\mathbb{Z}/18\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$. Questi due anelli sono isomorfi?