

ESERCIZI TEORIA DEI GRUPPI FOGLIO 11

- (1) Sia $G = Alt(4)$, il gruppo delle permutazioni pari su 4 elementi.
 - (a) Provare che $s \in G$ sse $l - n$ è pari, ove l indica la somma delle lunghezze dei cicli disgiunti in cui s fattorizza e n il numero di questi cicli;
 - (b) Sia $H \leq G$, $|H| = 6$, provare che H è normale in G ;
 - (c) Per il Lemma di Cauchy H contiene un 3-ciclo h ;
 - (d) Provare che h non è coniugato a h^2 .
 - (e) Mostrare che G contiene 2 classi di coniugio di 3-cicli;
 - (f) Dedurre che H deve contenere almeno 9 elementi.
 - (g) Concludere che G non ammette sottogruppi di ordine 6, quindi il Teorema di Lagrange non si inverte per questo gruppo.
- (2) Sia $G = D_8$ il gruppo delle isometrie di un quadrato.
 - (a) Determinare sottogruppi G_i di ordine 2^i , $0 \leq i \leq 3$ tale che G_i sia normale in G_{i+1} ;
 - (b) Esistono tali gruppo se si richiede che G_i sia normale in G ?
 - (c) Determinare $Z(G)$.
- (3) Sia $G = Sym(4)$ e $H = \langle (1, 2, 3, 4) \rangle$. Provare che $G = HG_1$ e che nessuno dei due fattori è normale in G

E-mail address: andrea.previtali@uninsubria.it

Webpage: <http://scienze-como.uninsubria.it/previtali>

Date: May 20, 2009.

©Andrea Previtali

Per questioni username=CorsoAlgebraUnoComo@gmail.com passwd=algebrauno.