

ESERCIZI TEORIA DEI GRUPPI FOGLIO 2

- (1) Dimostrare che le matrici di forma $\begin{pmatrix} A & 0 \\ v & 1 \end{pmatrix}$ ove $A \in GL_n(F)$, $v \in F^n$, F campo, n intero, costituiscono un sottogruppo di $GL_{n+1}(F)$ che viene detto il gruppo affine $AGL_n(F)$
- (2) Determinare la matrice corrispondente alla rotazione di angolo $\pi/4$ e centro $(1, 2)$ su \mathbb{R}^2 .
- (3) Mostrare che le matrici di forma $\begin{pmatrix} A & 0 \\ v & 1 \end{pmatrix} \in AGL_n(F)$ ove $AA^t = I$ costituiscono un sottogruppo di $AGL_n(F)$.
- (4) Sia m l'isometria a cui corrisponde la matrice $\begin{pmatrix} \cos a & -\sin a & 0 \\ \sin a & \cos a & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $a = \pi/3$, $P = (1, 2)$ e $Q = (3, -1)$. Calcolare $m(P)$, $m(Q)$ e mostrare che $d(P, Q) = d(m(P), m(Q))$.
- (5) Sia $n = 6$, ρ la rotazione di angolo $\pi/3$ e σ la riflessione rispetto all'asse delle x . Calcolare (se esistono) i vertici dell'esagono regolare centrato in O e avente un vertice in $(1, 0)$ fissati da $\rho^2\sigma$. Stessa domanda per $\rho^5\sigma$.

E-mail address: `andrea.previtali@uninsubria.it`

Webpage: `http://scienze-como.uninsubria.it/previtali`