

**ESERCIZI TEORIA DI RAPPRESENTAZIONE DEI
GRUPPI FOGLIO 1**

- (1) Dimostrare che essere equivalenti per rappresentazioni definisce una relazione di equivalenza.
- (2) Provare che due rappresentazioni di grado 1 sono equivalenti sse sono uguali.
- (3) Sia $[a, b] := a^{-1}b^{-1}ab$ il commutatore di a, b e $G' = \langle [a, b] : a, b \in G \rangle$. Mostrare che se R è una rappresentazione di grado 1 allora $R(G') = I$
- (4) Calcolare la rappresentazione regolare per il gruppo trirettangolo V su \mathbb{F}_2 e sui complessi. Mostrare che sui complessi $R(v)$ è diagonalizzabile $\forall v \in V$. Cosa accade su \mathbb{F}_2 ?
- (5) Sia A_4 il gruppo alterno, $a = (12)(34)$, $b = (123)$.
 - (a) Provare che $a^2 = b^3 = (ab)^3 = 1$.
 - (b) Dedurre che esiste un omomorfismo suriettivo π dal gruppo finitamente presentato $G = \langle x, y \mid x^2 = y^3 = (xy)^3 = 1 \rangle$ in A_4
 - (c) Sia $z = x^y$, mostrare che $xz = zx$
 - (d) Dedurre che $H = \langle x, z \rangle$ è immagine epimorfa del gruppo di Klein.
 - (e) Provare che $xz = x^{y^2}$ e dedurre che H è normale in G
 - (f) Sia $Y = \langle y \rangle$. Mostrare che $G = HY$ il prodotto semidiretto di H con Y
 - (g) Dedurre che $|G| = 12$ e quindi π è un isomorfismo
- (6) Dato $G = \langle a, b \mid a^4 = b^2 = 1, a^b = a^3 \rangle$, stabilire se $R(a) = i$, $R(b) = -1$ si estende a una rappresentazione di G su \mathbb{C} . Cosa accade se definisco $R(a) = -1$?

E-mail address: andrea.previtali@uninsubria.it

Webpage: <http://scienze-como.uninsubria.it/previtali>

Date: March 16, 2010.

©Andrea Previtali

Per questioni username=CorsoAlgebraDueComo@gmail.com passwd=algebradue.