

**ESERCIZI TEORIA DI RAPPRESENTAZIONE DEI
GRUPPI FOGLIO 10**

- (1) Sia $G = D_8 = \langle a, b : a^4 = b^2 = (ab)^2 = 1 \rangle$ il gruppo delle isometrie di un quadrato e $F = \mathbb{C}$.
- (a) Sia $V = Fv$ un G -modulo di dimensione 1, mostrare che $va = \alpha v$ e $vb = \beta v$, ove $\alpha^4 = \beta^2 = 1$;
 - (b) Provare che $(\alpha\beta)^2 = 1$;
 - (c) Dedurre che G ammette 4-moduli di dimensione 1 a due a due non-equivalenti;
 - (d) Costruire una rappresentazione di grado 2 irriducibile di G usando la sua descrizione geometrica;
 - (e) Mostrare che ogni altro modulo irriducibile è equivalente a uno dei 5 ottenuti sopra.
- (2) Siano V, U, W spazi vettoriali di dimensione 3, 2 e 1 su $F = \mathbb{F}_3$.
- (a) Calcolare le dimensioni di $\text{hom}(V, U)$, $\text{hom}(V, W)$ e $\text{hom}(V, U \oplus W)$;
 - (b) Costruire un isomorfismo tra $\text{hom}(V, U) \oplus \text{hom}(V, W)$ e $\text{hom}(V, U \oplus W)$;
 - (c) Mostrare che $\text{hom}(V, U \oplus W)$ è isomorfo allo spazio vettoriale delle matrici 3×3 su F .
- (3) Sia $G = C_4$. Determinare una base per $\text{End}(\mathbb{C}G)$.

E-mail address: andrea.previtali@uninsubria.it

Webpage: <http://scienze-como.uninsubria.it/previtali>

Date: May 18, 2009.

©Andrea Previtali

Per questioni username=CorsoAlgebraDueComo@gmail.com [passwd=algebradue](#).