

**ESERCIZI TEORIA DI RAPPRESENTAZIONE DEI
GRUPPI FOGLIO 5**

- (1) Sia \mathbb{C} il campo dei complessi, $G = \langle g \rangle = \{e, g, g^2\}$ il gruppo ciclico di ordine 3.
- (a) Calcolare $(e + g + g^2)(e - g)$ come elemento di $\mathbb{C}G$.
 - (b) Sia $e_\lambda = (e + \lambda g + \lambda^2 g^2)/3$. Calcolare e_λ^2 .
 - (c) Mostrare che $e_\lambda^2 = e_\lambda$ sse $\lambda^3 = 1$.
 - (d) Stesse domande sui campi \mathbb{F}_p , $p = 2, 3$.
- (2) Sia V un FG -modulo.
- (a) Provare che $0_V r = 0_V$ per ogni $r \in FG$.
 - (b) Mostrare che $v 0 = 0$ per ogni $v \in V$.
 - (c) Mostrare che ogni gruppo finito G con almeno due elementi ammette un FG -modulo V , $v \in V$, $r \in FG$ non entrambi nulli ma tali che $vr = 0$.
- (3) Sia G il gruppo ciclico con 2 elementi, $F = \mathbb{Q}$ il campo dei razionali, $R = FG$ l'algebra gruppo.
- (a) Dimostrare che $x \in G$ è invertibile come elemento di R .
 - (b) Determinare tutti gli elementi invertibili di R .

E-mail address: `andrea.previtali@uninsubria.it`

Webpage: `http://scienze-como.uninsubria.it/previtali`