

**ESERCIZI TEORIA DI RAPPRESENTAZIONE DEI
GRUPPI FOGLIO 6**

- (1) Sia A un gruppo abeliano.
- (a) Provare che $\mu_a : b \mapsto ab$ definisce un FA -endomorfismo del modulo regolare FA in sè
 - (b) Provare che FA è un'algebra commutativa
 - (c) Nel caso in cui $A = C_3 \times C_3$ calcolare $\ker \mu_a$, $o(a) = 3$ e provare che è un FA -sottomodulo.
- (2) Sia $G = C_5 = \langle g \rangle$ il gruppo ciclico di ordine 5, $F = \mathbb{C}$ il campo complesso e $\mu_r : s \mapsto sr$, $r, s \in FG$.
- (a) Determinare $\mu_r(FG)$ per $r = 1 - g$
 - (b) Dimostrare che $r = p(g)$, $p \in F[x]$ è un elemento invertibile di FG sse $\gcd(x^5 - 1, p(x)) = 1$
 - (c) Calcolare $\dim \mu_r(FG)$ per $r = \sum_{i=0}^k g^i$ al variare di $k \in \mathbb{N}$
 - (d) Sia $p(x)q(x) = x^5 - 1$, $r = p(g)$ e $s = q(g)$. Mostrare che $\text{Im} \mu_r \leq \ker \mu_s$
 - (e) Cosa accade se scambiano r con s ?
 - (f) Provare che $\gcd(p, q) = 1$ e dedurre che $FG = \ker \mu_r \oplus \ker \mu_s$
 - (g) usando il teorema nullità più rango dedurre che $\text{Im} \mu_r = \ker \mu_s$

E-mail address: andrea.previtali@uninsubria.it

Webpage: <http://scienze-como.uninsubria.it/previtali>

Date: April 30, 2009.

©Andrea Previtali

Per questioni username=CorsoAlgebraDueComo@gmail.com passwd=algebradue.