

## ESERCIZI TEORIA DI GALOIS FOGLIO 6

- (1) Siano  $K, L$  estensioni normali di  $F$ . Mostrare che  $KL/F$  è normale.
- (2) Siano  $a, b$  due radici distinte di  $x^3 - 2$  sui razionali. Provare che  $K = \mathbb{Q}(a)$ ,  $L = \mathbb{Q}(b)$  non sono normali sui razionali, ma  $KL = \mathbb{Q}(a, b)$  lo è.
- (3) Sia  $K/F$  normale e  $p(x) \in F[x]$ . Mostrare che  $p(x)$  si spezza in  $K[x]$  nel prodotto di polinomi irriducibili tutti dello stesso grado.
- (4) Sia  $F$  un campo finito e  $K$  un'estensione di grado finito di  $F$ . Provare che  $K/F$  è normale.
- (5) Determinare un campo di spezzamento per  $x^4 - 2$  su  $F = \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$  e  $\mathbb{F}_3$ .

*E-mail address:* `andrea.previtali@uninsubria.it`

*Webpage:* `http://scienze-como.uninsubria.it/previtali`

---

*Date:* April 30, 2009.

©Andrea Previtali.