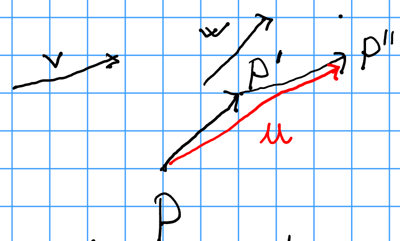
30.03.2016 traslazioni v vettore

τ_v = traslazione di vettore v

$$\tau_v \circ \tau_w \;?$$

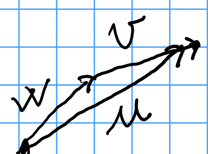


$$P'' = (\tau_v \circ \tau_w)(P)$$

Provate a mostrare $\forall Q \quad Q'' = \tau_u(Q)$

u il vettore che si ottiene usando il punto iniziale di w come suo punto iniziale

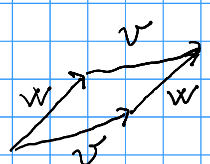
Faccio coincidere il punto finale di w con l'iniziale di v e il punto finale di v diventa il punto finale di u



u viene detto la SOMMA (VETTORIALE) di w con v

$$u = w + v$$

$+$ è una operazione che a coppie di vettori associa un nuovo vettore



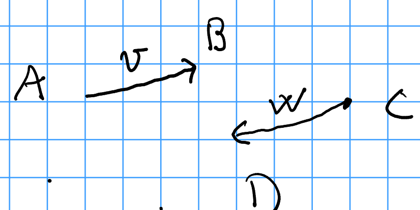
$$w + v = v + w$$

Regola del parallelogramma

$\underline{0}$ è l'unico vettore di lunghezza 0

$$v + \underline{0} = \underline{0} + v = v$$

Dato v esiste w tale che $v + w = \underline{0}$?



$C \leadsto B$

$D \leadsto A$

w viene detto l'opposto di v, $w =: -v$

$\underline{0}$ viene detto il VETTORE NULLO

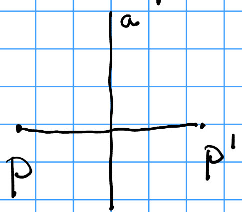
$$\tau_w \circ \tau_v = \tau_{w+v}$$

$$\rho_{C,\alpha} \circ \rho_{C,\beta} = \rho_{C,\alpha+\beta}$$

(ATTENZIONE $\rho_{C,\alpha} \circ \rho_{D,\beta}$ non è detto che sia ancora una rotazione)

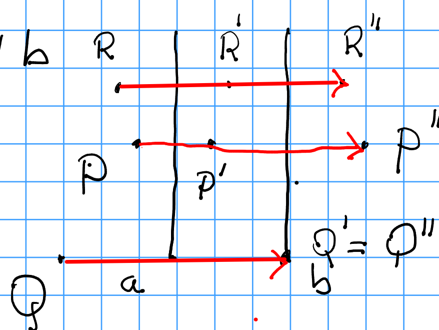
Riflessioni: indico con σ_a la riflessione di asse a

$$\sigma_a \circ \sigma_a = id$$



$$id = \tau_{\underline{0}} = \rho_{C,\,360^\circ k} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$\sigma_b \circ \sigma_a$ I) $a \parallel b$



$\sigma_b \circ \sigma_a = \tau_v$ dove $v \perp a, b$

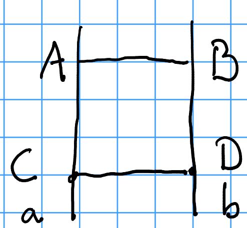
di verso da a a b e $|v| = 2\, d(a,b)$

dove $d(a,b)$ è la distanza tra a e b

ossia la lunghezza di ogni segmento avente

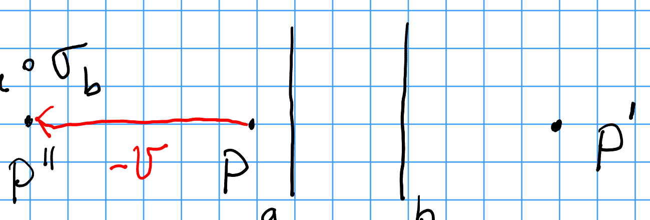
i) estremi su a e su b

ii) $\perp a, b$



$$d(a,b) = \min\{d(A,B) : A \in a,\ B \in b\}$$

$\sigma_a \circ \sigma_b$

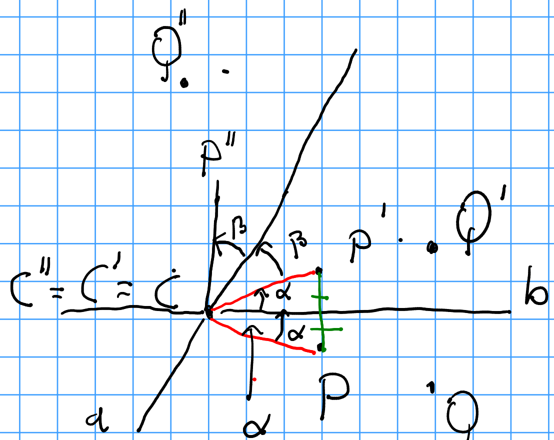


$$\sigma_a \circ \sigma_b = \tau_{-v}$$

È il primo esempio di discrepanza tra il prodotto di numeri e la composizione di funzioni

$$\sigma_b \circ \sigma_a \neq \sigma_a \circ \sigma_b$$
$$(\underset{\tau_v}{\shortparallel} \qquad \underset{\tau_{-v}}{\shortparallel})$$

II) Sia $C = a \cap b$



$\sigma_a \circ \sigma_b$

$|CP| = |CP'| = |CP''|$

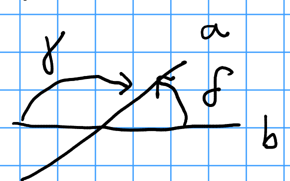
Per LAL

L'angolo $\widehat{PCP''} = 2\alpha + 2\beta = 2(\alpha+\beta)$

NOTATE che α e β DIPENDONO da P

Ma $\alpha + \beta$ = l'angolo formato da b e a

$$\sigma_a \circ \sigma_b = \rho_{C,\, 2\widehat{ba}}$$



$\delta - \gamma = 180°$

$\delta = 180° + \gamma$

$2\delta = 360° + 2\gamma$

$$\rho_{C,2\delta} = \rho_{C,2\gamma+360°} = \rho_{C,2\gamma}$$

$$\sigma_b \circ \sigma_a = \rho_{C,\, 2\widehat{ab}} = \rho_{C,\, -2\widehat{ba}}$$

$$\rho_{C,\varepsilon} \circ \rho_{C,-\varepsilon} = id \qquad (\rho_{C,\varepsilon})^{-1} = \rho_{C,-\varepsilon}$$

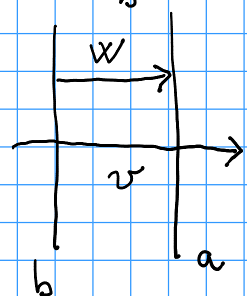
Vorrei mostrare che le riflessioni sono i mattoni fondamentali per la costruzione di isometrie

$15 = 3 \cdot 5 \quad 3, 5$ primi

f isometria si può ottenere f usando isometrie speciali tramite composizione

$\sigma_a, \quad \underset{a \parallel b}{\sigma_a \circ \sigma_b = \tau_v}, \quad \underset{C = a \cap b}{\sigma_a \circ \sigma_b = \rho_{C, 2\widehat{ba}}}$

Data la traslazione τ_v esistono rette a, b tali che $\tau_v = \sigma_a \circ \sigma_b$



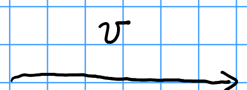
dove $2w = v$

$w = \frac{1}{2} v$

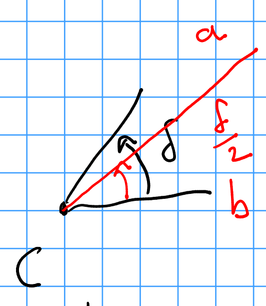
dove μv è il vettore avente direzione di v

$|\mu v| = |\mu||v|$

e verso uguale a v se $\mu > 0$, opposto se $\mu < 0$



$\frac{1}{3} v$



$\rho_{C, \delta}$

Tutte le isometrie viste fino ad ora sono composizioni di riflessioni

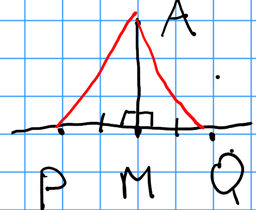
Def: Dato un segmento PQ, si dice asse di PQ la retta a \quad i) $M \in a$, dove M è il punto medio di PQ, ossia $|PM| = |QM|$

ii) $PQ \perp a$

Lemma: l'asse di PQ coincide

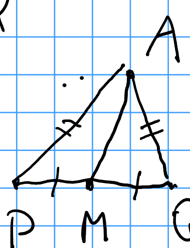
$\{A : |AP| = |AQ|\}$

Dim:



Per LAL $\Rightarrow |PA| = |QA|$

Viceversa



$|PA| = |QA|$ ipotesi

Per LLL $T(P, A, M)$ e $T(Q, A, M)$ sono congruenti

$\widehat{PMA} = \widehat{QMA} \Rightarrow \widehat{PMA} = 90°$ ossia A appartiene all'asse di PQ

Ex: Provare che T è isoscele sse è isoangolo

Teo (Eulero): Sia f una isometria avente 3 punti A, B, C

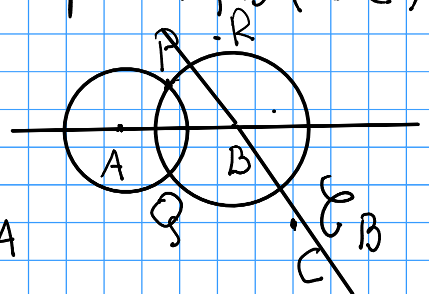
i) A, B, C NON sono allineati

ii) $f(A) = A$, $f(B) = B$, $f(C) = C$

Allora $f = id$

Dim: Perché i)? Esiste f che soddisfa ii) ma con A, B, C allineati, $f \neq id$

a = retta per A, B (e C) $\quad \sigma_a =: f$



$P' = f(P)$?

$|P'A'| = |P'A| = |PA|$, ossia P' appartiene alla circonferenza di raggio $|PA|$ e centro A

Analogamente $P' \in \mathcal{C}_A \cap \mathcal{C}_B = \{P, Q\}$ ossia P' è P oppure il riflesso di P rispetto alla retta per A e B. Analogamente P' è P ---- R di P rispetto alla retta B e C ma $R \neq Q$

$$P' \in \{P, Q\} \cap \{P, R\} = \{P\}$$

$f(P) = P$ per ogni P nel piano