Istituzioni e didattica della matematica

Nome _____ Cognome _____

Si svolgano i seguenti esercizi dando una piena giustificazione a tutte le risposte.
***NOTA BENE**: in questo esame sarà valutata la capacità di argomentare e dare una giustificazione e non semplicemente il raggiungimento di un risultato corretto in quanto quest'ultimo aspetto è già stato verificato con la prova preliminare informatizzata.*

1. Indicare il gruppo di simmetria di ciascuno dei seguenti simboli:

(Dire qual è il tipo di gruppo e elencarne esplicitamente gli elementi.)

2. Fissato un sistema di coordinate cartesiane ortogonali, considerare la trasformazione f che a ogni punto P di coordinate (x, y) associa il punto $f(P)$ di coordinate $f(x, y) = (x + 1, -y)$.

a) Fornire la definizione di isometria e mostrare che f è una isometria
b) Determinare gli eventuali punti fissi di f
c) Determinare l'immagine tramite f dei vettori aventi estremo iniziale nell'origine ed estremi finali rispettivamente $(1, 0)$ e $(0, 1)$
d) Mostrare che f definisce una glissoriflessione e calcolare f^2, la composizione di f con sé stessa. Che trasformazione è?

3. Sia Q un quadrato di lato 1 m

a) Fornire la definizione di similitudine tra figure
b) Determinare tutte e sole le figure simili a Q
c) Come varia l'area di queste figure in funzione del rapporto di similitudine?

4. Su una cartina turistica in scala 1 : 200 000 una regione è rappresentata da un quadrato di lato circa 1 cm. Se consideriamo invece una seconda cartina in scala 1 : 400 000 come sarà rappresentata la stessa regione? Qual è l'area della regione nelle due piantine? E nella realtà?