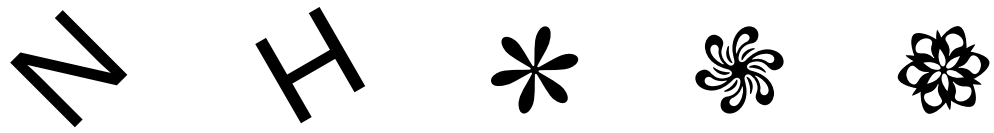
Istituzioni e didattica della matematica

Nome _____ Cognome _____

Si svolgano i seguenti esercizi dando una piena giustificazione a tutte le risposte.
***NOTA BENE**: in questo esame sarà valutata la capacità di argomentare e dare una giustificazione e non semplicemente il raggiungimento di un risultato corretto in quanto quest'ultimo aspetto è già stato verificato con la prova preliminare informatizzata.*

1. Indicare il gruppo di simmetria di ciascuno dei seguenti simboli:



(Dire qual è il tipo di gruppo e elencarne esplicitamente gli elementi.)

2. Fissato un sistema di coordinate cartesiane ortogonali, considerare la trasformazione f che a ogni punto P di coordinate (x, y) associa il punto $f(P)$ di coordinate $f(x, y) = (y, -x)$.

a) Dimostrare che f è una isometria
b) Determinare gli eventuali punti fissi di f
c) Determinare l'immagine del triangolo di vertici $(0, 0), (1, 0), (0, 2)$ e stabilire se f inverte o preserva l'orientazione
d) Determinare il tipo di isometria di f sfruttando i punti precedenti e calcolare se esiste un intero n positivo tale che f^n, la composizione di f con sé stessa n volte, è la trasformazione identica

3. Sia R un rombo avente diagonali di lunghezze rispettivamente 6 e 8

a) Determinare le lunghezze dei lati di R
b) Stabilire se R è un rettangolo
c) Descrivere l'immagine di R rispetto ad una qualsiasi similitudine di rapporto $\frac{1}{2}$

4. Su una cartina turistica in scala $1 : 200\,000$ una regione è rappresentata da un quadrato di area circa 2 cm^2. Se consideriamo invece una seconda cartina in scala $1 : 400\,000$ come sarà rappresentata la stessa regione? Qual è l'area della regione nella seconda piantina? E nella realtà?