Istituzioni e didattica della matematica

Nome _____ Cognome _____

Si svolgano i seguenti esercizi dando una piena giustificazione a tutte le risposte.
***NOTA BENE**: in questo esame sarà valutata la capacità di argomentare e dare una giustificazione e non semplicemente il raggiungimento di un risultato corretto in quanto quest'ultimo aspetto è già stato verificato con la prova preliminare informatizzata.*

1. Siano r e s due rette perpendicolari e siano σ_r e σ_s le riflessioni rispetto a tali rette.

a) Disegnare due figure significativamente diverse che ammettano σ_r e σ_s nel loro gruppo di simmetria.
b) Se una figura F ha nel suo gruppo di simmetria σ_r e σ_s, qual è l'ordine minimo del gruppo di simmetria di F?

2. Fissato un sistema di coordinate cartesiane ortogonali, considerare le trasformazioni f e g che ad ogni punto P di coordinate (x, y) associano i punti $f(P)$ di coordinate $f(x, y) = (x, -y)$ e $g(P)$ di coordinate $g(x, y) = (x + 1, y + 1)$.

a) Dimostrare che per ogni coppia di punti del piano A, B, si ha $|AB| = |g(A)g(B)|$. (Il simbolo $|AB|$ indica la distanza di A e B.)
b) Se P ha coordinate (x, y), determinare le coordinate di $(f \circ g)(P)$ e $(g \circ f)(P)$.
c) Determinare almeno un punto P tale che $(f \circ g)(P) \neq (g \circ f)(P)$.
d) Stabilire che tipo di trasformazioni sono $f \circ g$ e $g \circ f$.

3. Sia T un triangolo di vertici A, B, C, avente angolo di $72°$ in A e di $36°$ in C.

a) Mostrare che T è isoscele.
b) Sia BD la bisettrice dell'angolo in B. Mostrare che T è simile al triangolo di vertici A, B, D.
c) Posto $|AC| = 1$ e $|AB| = x$, mostrare che $1 : x = x : 1 - x$.
d) Dedurre che $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

4. Su una cartina turistica in scala $1 : 100\,000$ una regione è rappresentata da un quadrato di area circa $4\ \text{cm}^2$. Se consideriamo invece una seconda cartina in scala $1 : 50\,000$ come sarà rappresentata la stessa regione? Qual è l'area della regione nella seconda piantina? E nella realtà?