Istituzioni e didattica della matematica

Nome _____ Cognome _____

Si svolgano i seguenti esercizi dando una piena giustificazione a tutte le risposte.
***NOTA BENE**: in questo esame sarà valutata la capacità di argomentare e dare una giustificazione e non semplicemente il raggiungimento di un risultato corretto in quanto quest'ultimo aspetto è già stato verificato con la prova preliminare informatizzata.*

1. Sia r una retta e O un punto su tale retta. Sia σ_r la riflessione rispetto a r e $\rho_{O,90}$ la rotazione attorno al punto O di 90 gradi in senso orario.

a) Disegnare due figure che ammettano σ_r e $\rho_{O,90}$ nel loro gruppo di simmetria.
b) Se una figura F ha nel suo gruppo di simmetria σ_r e $\rho_{O,90}$, qual è l'ordine minimo del gruppo di simmetria di F?

2. Fissato un sistema di coordinate cartesiane ortogonali, considerare la trasformazione f che a ogni punto P di coordinate (x, y) associa il punto $f(P)$ di coordinate $f(x, y) = (y + 1, -x)$.

a) Dimostrare che f è una isometria
b) Determinare gli eventuali punti fissi di f
c) Determinare l'immagine del triangolo di vertici $(0, 0), (1, 0), (0, 2)$ e stabilire se f inverte o preserva l'orientazione
d) Determinare il tipo di isometria di f sfruttando i punti precedenti e stabilire se esiste un intero n positivo tale che f^n, la composizione di f con sé stessa n volte, sia la trasformazione identica

3. Sono sempre simili oppure no:

a) due parallelogrammi con un angolo uguale?
b) due rombi con un angolo uguale?

4. Su una cartina turistica in scala $1 : 100\,000$ una regione è rappresentata da un quadrato di area circa 2 cm^2. Se consideriamo invece una seconda cartina in scala $1 : 200\,000$ come sarà rappresentata la stessa regione? Qual è l'area della regione nella seconda piantina? E nella realtà?