Istituzioni e didattica della matematica

Nome _____ Cognome _____

Si svolgano i seguenti esercizi dando una piena giustificazione a tutte le risposte.
***NOTA BENE**: in questo esame sarà valutata la capacità di argomentare e dare una giustificazione e non semplicemente il raggiungimento di un risultato corretto in quanto quest'ultimo aspetto è già stato verificato con la prova preliminare informatizzata.*

1. Indicare il gruppo di simmetria di ciascuno dei seguenti simboli:

(Dire qual è il tipo di gruppo e elencarne esplicitamente gli elementi.)

2. Fissato un sistema di coordinate cartesiane ortogonali, considerare la rotazione r di centro $O(0,0)$ e angolo $60°$ e la traslazione t di vettore $v = (1,2)$.

a) Calcolare $r(0,0)$ e $r(1,0)$
b) Scrivere esplicitamente $t(P)$ ove P ha coordinate (x,y)
c) Stabilire se $t(r(1,0))$ è uguale a $r(t(1,0))$
d) Determinare una isometria f tale che $f(t(P)) = P$, per ogni punto P del piano

3. Consideriamo l'insieme dei trapezi rettangoli T in cui l'altezza vale $h = 3m$ e le cui basi differiscono di $4m$. Indichiamo con B e b le lunghezze della base maggiore e minore.

a) Se l'area di un trapezio T in questo insieme vale $18m^2$, allora quanto valgono B e b?
b) Mostrare che comunque si scelga il trapezio T in questo insieme, il triangolo avente come lati la base maggiore e il lato del trapezio ad essa perpendicolare non mai è isoscele.
c) Se per un trapezio T di questo insieme si ha che il triangolo avente come lati la base maggiore e il lato del trapezio ad essa non perpendicolare è isoscele, allora quanto valgono B e b?

4. Su una cartina turistica in scala $1 : 25\,000$ una regione è rappresentata da un'area che misura circa $4\ \text{cm}^2$. Se consideriamo invece una seconda cartina in scala $1 : 50\,000$ come sarà rappresentata la stessa regione? Qual è l'area della regione nella seconda piantina? E nella realtà?