Istituzioni e didattica della matematica

Nome _____ Cognome _____

Si svolgano i seguenti esercizi dando una piena giustificazione a tutte le risposte.
***NOTA BENE**: in questo esame sarà valutata la capacità di argomentare e dare una giustificazione e non semplicemente il raggiungimento di un risultato corretto in quanto quest'ultimo aspetto è già stato verificato con la prova preliminare informatizzata.*

1. Fissato un sistema di coordinate cartesiane ortogonali, considerare la riflessione r rispetto all'asse delle x e la traslazione t di vettore $v = (2, 2)$.

a) Scrivere esplicitamente $r(x, y)$, ossia le coordinate dell'immagine del punto P di coordinate (x, y)
b) Scrivere l'equazione della retta L parallela all'asse di r passante per il punto $(0, 1)$
c) Detta g la composizione $t \circ r$, mostrare che $g(L) = L$
d) Mostrare che la distanza di P da $g(P)$ vale 2 per ogni punto P di L

2. Siano a e b due rette che formano tra loro un angolo di $30°$. Sia F una figura che ammette come simmetrie le due riflessioni di assi a e b.

a) Qual è il numero minimo di elementi del gruppo di simmetria di F?
b) Fornire esempi di possibili figure F così fatte, il cui gruppo di simmetria non contiene traslazioni non banali.

3. Su una cartina turistica in scala $1 : 50\,000$ una regione è rappresentata da un'area che misura circa $3\ \text{cm}^2$. Se consideriamo invece una seconda cartina in scala $1 : 25\,000$ come sarà rappresentata la stessa regione? Qual è l'area della regione nella seconda piantina? E nella realtà?

4. Una possibile definizione corretta di "rombo" è "quadrilatero con tutti i lati uguali". Dire (**giustificando ciascuna risposta**) quale o quali fra le seguenti costituiscono altre possibili definizioni corrette di rombo:

a) l'unione di due triangoli isosceli;
b) un quadrilatero con le diagonali perpendicolari.

Inserire `\ccl{...}` nel *preamble* o in un file di configurazione