Istituzioni e didattica della matematica

Nome _____ Cognome _____

Si svolgano i seguenti esercizi dando una piena giustificazione a tutte le risposte.
***NOTA BENE**: in questo esame sarà valutata la capacità di argomentare e dare una giustificazione e non semplicemente il raggiungimento di un risultato corretto in quanto quest'ultimo aspetto è già stato verificato con la prova preliminare informatizzata.*

1. Sia T un triangolo isoscele avente un angolo di 60° e lato opposto di lunghezza 1. Quanto vale l'area di T?

2. La trasformazione f è una isometria. Sappiamo che, fissato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, l'immagine del punto di coordinate $(2, 4)$ è il punto di coordinate $(-3, 2)$, l'immagine del punto $(4, 4)$ è il punto $(-1, 2)$ e infine l'immagine di $(4, 5)$ è $(-1, 1)$. È possibile stabilire quale isometria sia f? Se sì, determinarla esplicitamente.

3. Mostrare che se una figura $\mathcal{F}$ ha un centro di simmetria O di ordine pari allora $\mathcal{F}$ ammette nel suo gruppo di simmetria la rotazione attorno a O di $180°$.

4. Stabilire se le seguenti definizioni sono equivalenti:

a) Triangolo che ha almeno due lati uguali.
b) Triangolo in cui almeno una altezza divide la base che gli corrisponde in due parti uguali.

5. Sia ω un'omotetia di rapporto 2 e siano α, β due isometrie. Dimostrare che $\alpha \circ \omega \circ \beta$ è una similitudine e determinarne il rapporto.