Sol. 14/06/16

1) Ci sono DUE casi $\alpha = \beta = 60° \Rightarrow \gamma = 180° - 120° = 60°$

Oppure $\alpha = 60°$ e $\beta = \gamma$. Allora $180° = \alpha + \beta + \gamma = 60° + 2\beta$, $\beta = 60°$

Quindi T è equilatero di lato 1 e ogni altezza $= \frac{\sqrt{3}}{2}$

Per cui $\text{Area}(T) = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

2) Detti $A, B, C$ e $A', B', C'$ i 3 punti dati e le loro immagini, si determina subito che l'orientazione è cambiata. Sia $v_X = X' - X$ il vettore che trasla $X$ in $X'$

e.g. $v_A = (-3,2) - (2,4) = (-5,-2)$, $v_C = (-1,1) - (4,5) = (-5,-4)$

Poiché $v_A \neq v_C$ l'isometria NON è traslazione, quindi è una glissoriflessione.

Per determinarla esplicitamente devo trovare il suo asse e vettore

L'asse passa per i punti MEDI dei segmenti $XX'$ ove $X \in \{A, B, C\}$. Se indico con $M_X$ tale punto ho

$M_A = (-\frac{1}{2}, 3)$ $M_C = (\frac{3}{2}, 3)$ quindi l'asse è la retta $r$ di equazione $y = 3$. Il riflesso di $A$ rispetto a $r$ è il punto $A''(2,2)$. Ottengo infine il vettore della glisso come $v = A' - A'' = (-3,2) - (2,2) = (-5,0)$

3) Sia $k$ l'ordine del centro di simmetria $C$, allora le rotazioni nel gruppo delle simmetrie $\mathcal{G}(F)$ di $F$ sono $\rho^i$, $i = 0, \dots, k-1$

$\rho = \rho_{C,\alpha}$ ove $\alpha = \frac{360°}{k}$

Se $k = 2n$, allora $\rho^n = \rho_{C, \frac{360°}{2n} \cdot n} = \rho_{C,180°}$

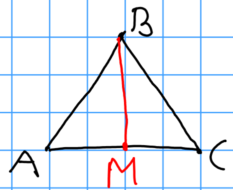
Viceversa se $\rho_{C,180} \in \mathcal{G}(F)$ allora $\rho_{C,180} = \rho^i = \rho_{C, i\alpha}$

Quindi $180 \equiv i\alpha = i \frac{360}{k} \mod 360$. Allora $180k \equiv 360 i \equiv 0 \mod 360$

cioè 360 divide $180k$, quindi $k$ è pari

4) Per mostrare l'equivalenza bisogna provare che a) $\Rightarrow$ b) e b) $\Rightarrow$ a)

a) $\Rightarrow$ b)

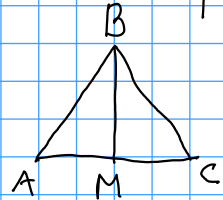



ossia $|AB| = |AC|$. Sia $BM$ la mediana per $B$

Allora $AMB$ e $BMC$ sono congruenti (Perché?)

quindi $\widehat{AMB} = \widehat{BMC} = 90°$ e $BM$ è anche altezza

b) $\Rightarrow$ a)




Per il criterio LAL i triangoli $AMB$ e $BMC$ sono congruenti, quindi $|AB| = |CB|$

5) $\alpha \circ \omega \circ \beta$ è una similitudine poiché, $\alpha, \beta, \omega$ lo sono e le similitudini costituiscono un gruppo. Quindi ha senso $k(\alpha \circ \omega \circ \beta)$.
Ora $k(\alpha \circ \omega \circ \beta) = k(\alpha) \cdot k(\omega) \cdot k(\beta) = 1 \cdot 2 \cdot 1 = 2$, poiché una similitudine $\sigma$ è isometria sse $k(\sigma) = 1$.